

Krav til undervisningskompetanse i matematikk i skolen

Vi viser til notatet 'Krav til undervisningskompetanse i skolen' skrevet av Kristian Ranestad og Nils Voje Johansen. Vi er svært glad for at dette spørsmålet blir tatt opp idet vi deler den bekymring som reises i notatet omkring den privatisering som nå i mange år har vært gjeldende med tanke på å vurdere undervisningskompetanse. Mange hendelser i den senere tid indikerer et behov for å reise en debatt omkring dette spørsmålet på matematikkfagets vegne. Stikkord her kan være opprettelsen av Nasjonalt forum for realfag, utarbeidelsen av strategiplanen 'Et felles løft for realfagene' (KD, 2006), NOKUTs vurdering av allmennlærerutdanningen (NOKUT, 2006) – samt statsrådens uttalelse i april i år som er sitert i notatet til Ranestad og Voje Johansen. Bak det hele ligger naturligvis tidligere resultater fra TIMSS (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie, & Turmo, 2004) og PISA (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe, & Turmo, 2004), og det er grunn til å tro at undersøkelsen TEDS-M (<http://teds.educ.msu.edu/>), som nå er under utarbeidelse og som skal gjennomføres våren 2008, vil bidra til ytterligere stadfesting av lærerstudenters svake faglige og didaktiske kompetanse i matematikkfaget.

Ranestad og Voje Johansen fokuserer i sitt notat på forholdene i videregående skole og på grunnskolens ungdomstrinn. Vi vil, som representanter for allmennlærerutdanningen, bidra til at også behovene for matematikkfaglig og –didaktisk kompetanse for å undervise på grunnskolens barnetrinn blir belyst. Vi mener, gjennom mange års arbeid med studenter, lærere og elever i skolen, å ha belegg for å hevde at dagens krav (30 studiepoeng matematikk) i allmennlærerutdanningen, heller ikke er tilstrekkelige for å kunne forvalte faget og læreplanen på en god måte på barnetrinnet. Dette er dels knyttet til de endringer i læreplanene som er gjort i de senere år, men det er også knyttet til nyere kunnskap om læring av matematikk, som vil være relevant uavhengig av læreplan. Klarest kommer dette kanskje til uttrykk gjennom L97 (1996), som med sitt klart uttalte sosialkonstruktivistiske læringssyn, etter vår mening stiller langt større krav til lærerens faglige og didaktiske kunnskap enn tidligere planer. Selv om LK06 (2007) er kortere i formen og i større grad vektlegger sluttkompetansemål, er det åpenbart at mye av det samme læringssynet også ligger til grunn for denne planen. Når vi i det følgende belegger vårt syn med å vise til moderne læreplaner vil vi benytte oss både av L97 og LK06 i det vi ikke oppfatter at de faglige kravene til læreren er blitt mindre gjennom overgangen fra L97 til LK06.

Vi vil eksemplifisere denne utviklingen av læreplaner gjennom noen sitater. I Normalplanen for landsfolkeskolen av 1939 (Normalplannemnda, 1939/1964) står det at første mål for faget Rekning er:

Å hjelpa elevane til å få rett skjøn på dei vanlege tala (heile tal, desimaltal og vanleg brøk) og til å bruka tala på ein vitug måte i einfelt rekning, så dei snøgt, praktisk og sikkert kan løysa lettare rekneoppgåver som kvardagslivet krev, og gjera greie for utrekninga med å setja dei klårt og greit opp. (s. 137)

Videre står det om regnemetoder:

Elevane finn kanskje fleire måtar å rekna oppgåva på. Då drøfter ein dei ymse måtane, og freistar finna den beste, som då blir normal-framgangsmåten som alle elevane fører inn i bøkene sine. Slike normal-framgangsmåtar er det ofte heilt

naudsynleg å læra borna ..., og særleg om å gjera er dette for dei elevane som er minst dugande. (s. 146)

I L97 står det under felles mål for faget at:

Opplæringen i faget har som mål at elevene stimuleres til å bruke sin fantasi, sine ressurser og sine kunnskaper til å finne løsningsmetoder og -alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktivitet og bevisste valg av verktøy og redskaper. (s. 158)

I avsnittet om formål med faget matematikk i LK06 står det:

Faget grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggjeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet. Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet.

Dette er konkretisert under avsnittet om grunnleggende ferdigheter i matematikk i LK06, der det står at:

Å kunne uttrykkje seg munnleg i matematikk inneber å gjere seg opp ei meinig, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte problem og løysingsstrategiar med andre.

Å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk inneber å løyse problem ved hjelp av matematikk, beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear. Ein lagar teikningar, skisser, figurar, tabellar og diagram. I tillegg nyttar ein matematiske symbol og det formelle språket i faget.

Det er klart at disse sitatene tilkjenner svært ulike roller for faget matematikk og likeledes svært ulike måter å tilnærme seg faget på. Lærerens rolle går fra 'å lære barna normalframgangsmåten' til 'å stimulere elevene til å bruke sin fantasi og kunnskaper til å finne løsningsmetoder' og videre til at de skal kunne 'stille spørsmål, argumentere og forklare en tankegang', samt bruke det matematiske symbolspråket i skriftlig framstilling av ideer og resonnement. Fagets rolle går fra å være et redskap for raskt og sikkert å finne svar på regneoppgaver til å være et fag som skal være med på å sikre demokratiet i landet. Det kan synes ekstremt å hente sitater fra Normalplanen av 1939, men for det ene ville ikke tilsvarende sitater ha blitt særlig annerledes om de hadde vært hentet fra langt nyere planer, og for det andre kan det med rette hevdes at de tankene som var nedfelt i 1939-planen har hatt en dyptgripende innvirkning på arbeidet i norsk skole, langt ut over planens levetid. At mange lærere ikke har vært i stand til å utnytte potensialet i de prinsippene som ligger til grunn for L97 er dokumentert blant annet gjennom undersøkelsen til Alseth, Breiteig og Brekke (2003). Her går det fram at det som var ment å være undersøkende og utforskende aktiviteter for å

støtte elevenes egen kunnskapskonstruksjon i mange tilfeller ble til aktiviteter for aktivitetens skyld, men uten særlig faglig mål og mening.

Vi vil gjennom eksempler fra to matematiske fagemner vise litt av den dybden som ligger i barnetrinnets matematikk, og gjennom disse belyse de krav som vil måtte stilles til læreren dersom han/hun skal kunne være i stand til å stimulere elevene til noe annet enn en instrumentell forståelse av de emnene som inngår. De krav til matematikdidaktisk kompetanse hos læreren som her vil være påkrevet innebærer også dyp matematikkfaglig kunnskap. Det er her snakk om den spesielle innsikt og kompetanse i matematikk som kreves av en som skal være lærer i matematikk, og denne innsikten er forskjellig fra den faglige innsikt som kreves av en som skal bruke matematikk i andre sammenhenger. Denne spesielle lærerkompetansen ligger nær opp til Shulmans (1987) begrep 'pedagogical content knowledge'. Det vil etter vår mening være av stor betydning å diskutere og identifisere hva som skal inngå i matematikdidaktisk kunnskap i algebra, geometri, etc. En konkretisering av didaktiske komponenter i de ulike matematikkemnene som inngår i matematikkurs i lærerutdanningen vil kunne være viktig for lærerutdannere i matematikk og framtidige matematikklærere.

Brøk og desimaltall

Barn vil allerede ved om lag tre års alder ha utviklet en forståelse for tallbegrepet i den forstand at de kan koble tallord og mengde for mengder opp til tre-fire (Gelman & Gallistel, 1978). Ved fire-fem års alder kan de gjøre addisjons- og subtraksjonsoppgaver på konkrete mengder med små tall (under ti) (Hughes, 1986). Denne forståelsen utvikles gradvis videre, og etter hvert vil de fleste ha utviklet en relasjonsforståelse for de positive heltallene og de elementære regneoperasjonene knyttet til disse, selv om tankemodellene knyttet til operasjonene hos mange kan være sterkt begrensede. Innføring av brøk og desimaltall representerer en utvidelse av tallområdet, og det er grunn til å tro at det langt fra er tilstrekkelig bevissthet hos lærere og lærerstudenter om hva en slik utvidelse faktisk innebærer. Følgende oppgave ble gitt til eksamen i matematikk grunnkurs ved en allmennlærerutdanning et sted i Norge:

Det finnes en huskeregel for multiplikasjon av desimaltall. Denne regelen kan formuleres slik:

"Still opp regnestykket på vanlig måte og multipliser uten å tenke på desimalene. I svaret setter vi komma slik at svaret har like mange desimaler som det er i de to faktorene til sammen."

Gi en forklaring på *hvorfor* denne regelen er korrekt. Forklar gjerne med utgangspunkt i regnestykket $6,12 \cdot 1,8$.

Et eksempel på svar på denne oppgaven er vist nedenfor og på neste side.

$$\begin{array}{r} 6,12 \cdot 1,8 \\ \underline{\quad\quad} \\ 4896 \\ \underline{\quad\quad} \\ 612 \\ \underline{\quad\quad} \\ =11,016 \end{array}$$

For å forklare huskereglene for multiplikasjon av desimaltall har jeg først laget et eksempel.

Denne regelen sier at vi i svaret skal sette komma slik at det blir like mange desimaler her som i de to faktorene til sammen.

Dette er en huskeregel som alle lærer allerede på barnetrinnet når vi starter med multiplikasjon.

Når vi multipliserer som vist i eksemplet, kan en se at vi etter første rekke med multiplikasjon flytter tallene et hakk frem.

Her ganger vi først 8 med 2,1,6, deretter flytter vi oss et hakk frem og ganger 1 med 2,1,6. Vi må nå skrive svaret under det andre + vi må flytte oss et hakk mot venstre. Til slutt plusser vi de to beløpene vi har fått.

Vi har nå ganget sammen alle tallene og må da sette komma slik at vi får like mange desimaler som det er til sammen i begge.

Vi har både ganget alle desimalene med hverandre og vi har lagt dem sammen etterpå, da blir det slik.

Den forklaringen som er gitt er en ren trinn for trinn beskrivelse av prosedyren som følges uten at vedkommende kommer inn på de faglige emnene knyttet til plassverdi som gjør at prosedyren virker. Det legges altså ensidig vekt på *hvordan* framfor *hvorfor* i forklaringen. Vår hypotese er at alt for mange lærere etter dagens krav til å undervise på barnetrinnet ikke er i stand til å bidra til at elever utvikler god nok begrepskunnskap til selv å kunne grunngi hvor kommaet skal plasseres i regneoppgaven som er gjengitt ovenfor.

Det finnes likeledes solid dokumentasjon, for eksempel gjennom det norske KIM-prosjektet (Brekke, 1995), på at elevers forståelse av brøk og desimaltall er svak. I mange tilfeller er feiltypene knyttet til en videreføring av egenskaper for heltall, slik som at desimaltall behandles som par av heltall. En annen vanlig feiltype er at desimaltall behandles på samme måten som heltall og at desimalkommaet plasseres i henhold til rene oppskrifter slik som i eksemplet ovenfor. Det mangler altså en forståelse for at overgangen fra heltall til desimaltall innebærer en reell utvidelse av tallområdet.

En dyptgående komparativ studie av lærere på barnetrinnet i USA og i Kina (Ma, 1999) støtter denne hypotesen. Et hovedresultat fra denne studien er at sammenlignet med de kinesiske lærerne benytter en langt større andel av de amerikanske lærerne rent instrumentelle modeller for å forklare elementære regneoperasjoner. Ut fra det vi vet for eksempel om elevprestasjoner fra TIMSS er det ikke grunn til å tro at situasjonen i Norge er bedre enn i USA. Det går fram av Mas studie at eksempelvis i forbindelse med multiplikasjon av flersifrede tall vil et flertall av de amerikanske lærerne fokusere på det rent prosedyremessige når de veileder elever. De bruker begrep som tierplass og hundreplass som merkelapper for å forklare algoritmen uten å vektlegge den *verdien* som sifrene som står på de enkelte plassene har. En hovedforskjell mellom lærernes utdanningsbakgrunn er at de kinesiske lærerne har en betydelig større fordypning i faglige og didaktiske emner som er *spesielt relevante for barnetrinnets matematikk*.

Algebra

Den generelle delen av LK06 er en utdyping av hovedområdene i formålsparagrafene for skoleverket. Ett av hovedområdene er 'Skapende evner' som er gitt en utdyping under overskriften 'Det skapende menneske', der det er beskrevet tre tradisjoner for menneskers

utvikling av kunnskap; praktisk virke og læring gjennom erfaring, teoretisk utvikling, og kulturell tradisjon. Om *teoretisk utvikling* står det:

Den andre tradisjonen møter elevene gjennom skolefag, der ny viten er hentet gjennom teoretisk utvikling og er prøvd ved logikk og erfaring, fakta og forskning. Den presenteres i språk og samfunnsfag, i matematikk og naturfag. Opplæring i den omfatter trening i tenking – i å gjøre seg forestillinger, undersøke dem begrepsmessig, trekke slutninger og avgjøre ved resonnement, observasjoner og eksperimenter. Dette går sammen med øvelse i å uttrykke seg klart – i argumentasjon, drøfting og bevisføring. (LK06, Generell del, s. 23)

Vi vil nedenfor gjengi beskrivelsen av hovedområdet 'Tal og algebra' i LK06, samt peke på kompetansemål for ulike årstrinn på barnetrinnet innenfor områdene 'Tal og algebra' og 'Geometri'. Vi vil argumentere for at det er nødvendig med solid faglig og didaktisk kompetanse i algebra for å kunne planlegge og gjennomføre en undervisning på barnetrinnet som er i tråd med disse beskrivelsene og samtidig tar på alvor målet fra den generelle delen av læreplanen (gjengitt ovenfor) om at elevene skal få trening i en vitenskapelig arbeidsmåte, gjennom å uttrykke seg klart i argumentasjon, drøfting og bevisføring.

Hovedområdet 'Tal og algebra' i LK06 er beskrevet slik:

Hovedområdet tal og algebra handlar om å utvikle talforståing og innsikt i korleis tal og talbehandling inngår i system og mønster. Med tal kan ein kvantifisere mengder og storleikar. Tal omfattar både heile tal, brøk, desimaltal og prosent. Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal. Det gjev høve til å beskrive og analysere mønster og samanhengar. Algebra blir òg nytta i samband med hovudområda geometri og funksjonar.

Denne beskrivelsen innebærer to ulike tilnærminger til algebra; algebra som generalisering av aritmetikk ("*Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal*"), og algebra som generalisering av geometriske eller numeriske mønster, der en studerer avhengig variasjon ("*Algebra blir òg nytta i samband med hovudområda geometri og funksjonar*"). Vi vil først vise hvordan de ulike aspektene kommer til uttrykk gjennom kompetansemålene som er beskrevet på barnetrinnet.

Under kompetansemål etter 2. årstrinn står det under området 'Tal og algebra' blant annet at eleven skal kunne

- *kjenne att, samtale om og vidareføre strukturar i enkle talmønster.*

Under området 'Geometri' etter 2. årstrinn står det blant annet at eleven skal kunne

- *lage og utforske enkle geometriske mønster og beskrive dei munnleg.*

Etter 4. årstrinn står det under området 'Tal og algebra' blant annet at eleven skal kunne

- *eksperimentere med, kjenne att, beskrive og vidareføre strukturar i enkle talmønster.*

Under området 'Geometri' etter 4. årstrinn står det blant annet at eleven skal kunne

- *lage og utforske geometriske mønster og beskrive dei munnleg.*

Etter 7. årstrinn står det under området 'Tal og algebra' blant annet at eleven skal kunne

- *utforske og beskrive strukturer og forandringer i enkle geometriske mønster og talmønstre.*

Gjennom kompetansemålene for hovedområdene 'Tal og algebra' og 'Geometri' beskrevet ovenfor, erfarer vi at begrepet 'mønster' benyttes i to ulike betydninger: 'Tallmønster' brukes i sammenheng med generalisert aritmetikk som handler om egenskapene til tall og operasjoner på tall, og begrepet brukes i sammenheng med generalisering av mønster i betydningen studiet av strukturer og avhengig variasjon mellom størrelser.

Den matematikkfaglige og -didaktiske kompetansen som er nødvendig hos en lærer for at en elev skal kunne nå målene beskrevet ovenfor innebærer for det første at læreren har en forståelse for at planen beskriver *ulike tilnærminger til algebra* og at disse har konsekvenser for blant annet hvilken rolle bokstaver i algebraiske uttrykk har. En tilnærming til algebra ved generalisert aritmetikk innebærer at bokstaver betraktes som generaliserte tall. For eksempel kan det at faktorenes orden i et produkt er likegyldig representeres ved $a \cdot b = b \cdot a$ for vilkårlige tall a og b . Her vil det ikke være snakk om en relasjon mellom a og b i betydningen avhengig variasjon. En annen tilnærming til algebra er gjennom generalisering av geometriske og numeriske mønster (følger), der bokstaver betraktes som *variable* størrelser. Poenget her er å identifisere hvordan en størrelse avhenger av en annen. Dette er konsistent med en funksjonstilnærming til algebra, der et algebraisk uttrykk beskriver *strukturer og relasjoner* mellom størrelser. For eksempel vil formelen for det generelle leddet i en følge vise hvordan et ledd (avhengig variabel) er relatert til posisjonen (uavhengig variabel) til leddet i følgen. En tredje tilnærming til algebra vil være gjennom problemløsning (der 'problem' er definert som en tekstoppgave som resulterer i en likning (eller et sett av likninger)). I denne tilnærmingen betraktes en bokstav i et algebraisk uttrykk som *en ukjent størrelse* som skal bestemmes gjennom å løse en likning.

For det andre er det nødvendig at en lærer har innsikt i og forståelse for at *det logiske grunnlaget* for generalisering av geometriske eller numeriske mønster i algebra er vidt forskjellig fra det logiske grunnlaget for algebraisk problemløsning (i betydningen likningsløsning). Målet med generalisering av mønster i algebra er å komme fram til *et nytt resultat*, en formel for det generelle leddet i en uendelig følge av tall eller figurer, basert på empirisk kunnskap (observasjon av de første leddene i følgen). Det logiske grunnlaget for å finne en formel for det generelle leddet i følgen er en *bevisprosess* der framstilling av hypoteser om generelle sammenhenger, testing av hypoteser og rettferdiggjøring eller bevis av hypoteser inngår. Et bevis kan for eksempel være basert på identifikasjon av et generisk eksempel, der de strukturelle egenskapene er avgjørende for å trekke slutninger om det generelle leddet i en uendelig følge. Det hører med til faglig kompetanse å ha innsikt i ulike typer bevis i matematikk, og det hører med til didaktisk kompetanse å ha innsikt i ulike bevisnivåer i matematikk som er vanlig hos elever, samt å kunne resonnerer omkring gyldigheten av disse.

Mens målet med generalisering av geometriske og numeriske mønster i matematikk, er å etablere ny kunnskap gjennom en formel, er målet med algebraisk problemløsning å *finne et tall* gjennom å løse en likning. Det logiske grunnlaget for å løse likninger er således en *analytisk* prosess, der den ukjente størrelsen som skal bestemmes anses og behandles som om den var kjent, slik at dens identiteten til slutt kan avsløres.

I LK06 kommer algebra inn tidligere enn det som var tilfelle med L97. Dette kommer blant annet fram gjennom at 'Tal og algebra' er et gjennomgående hovedområde på alle årstrinn i LK06, mens det i L97 først kom inn som et målområde på ungdomstrinnet ('Tall og algebra'). Det eneste i L97 som hadde karakter av målsetning om algebraisk tenkning før ungdomstrinnet var et strekpunkt under målområdet 'Tall' på 6. trinn som lød:

I opplæringen skal elevene undersøke tall og utforske tallmønstre, f eks ved hjelp av lommeregner og datamaskin, oppdage og beskrive egenskaper.

Når algebra i LK06 innføres allerede fra de laveste årstrinn er det trolig ut fra et ønske om å kunne identifisere tidlig algebra med algebraisk tenkning heller enn med de strukturelle trekkene som algebra tradisjonelt har vært forbundet med og som i stor grad har handlet om manipulasjon av formalismer. Denne dreiningen mener vi er gunstig. Forskningsresultater viser imidlertid at en tilnærming til algebra gjennom å generalisere mønstre der bokstaver har rollen som variable, er meget komplisert for elever (MacGregor & Stacey, 1995; Lannin, 2005; Lannin, Barker, & Townsend, 2006; Redden, 1996; Stacey, 1989; Stacey & MacGregor, 2001; Warren, 2000, 2005). En undersøkelse av etablerte praksiser i skolen som innebærer generalisering med utgangspunkt i geometriske eller numeriske følger, viser at elever etterstreber å lage tabeller med verdier og så gjetter en eksplisitt formel som de sjekker i ett eller to tilfeller (Bednarz, Kieran, & Lee, 1996). En slik tilnærming ødelegger den rikdommen som fins i en generaliseringsprosess, og elevene utvikler ingen bevissthet om det generelle som uttrykkes gjennom formelen. John Mason (1996) framhever at lærere gjennom sin undervisning i stor grad påvirker elevene til utelukkende å fokusere på en teknikk for å finne en formel uten at de reflekterer over de strukturelle egenskapene til leddene i følgen.

Sammen med resultater fra Kaye Stacey og Mollie MacGregors (2001) forskning peker dette på viktigheten av hvordan en generaliseringstilnærming til algebra (der bokstaver betraktes som variable) blir undervist. Hvis vi skal utdanne elever som erfarer algebra som et verktøy for å identifisere og uttrykke generaliteter i matematikk, trenger vi lærere, også på barnetrinnet, som selv har en dyp forståelse for hva algebraisk tenkning innebærer og er i stand til å lede en klasseromsdiskurs som preges av framsetting av hypoteser om generelle sammenhenger, og av argumentasjon og bevis.

En viktig del av matematikk handler om strukturer og uendelighet. Arbeid med generalisering av geometriske og numeriske mønstre på barnetrinnet gjør at elevene møter strukturer i følger som fortsetter i det uendelige. Det algebraiske symbolspråket vil for elevene i denne sammenhengen være nødvendig for å kunne uttrykke generelle sammenhenger og rettferdiggjøre formodninger de kommer med. Vi mener at dette er fundamentale prosesser og ferdigheter som inngår i en matematisk tankegang og derfor en viktig del av grunnskolens matematikk, også på barnetrinnet. Det vi har prøvd å belyse i dette avsnittet er hva som kreves av en lærer for å kunne undervise om generalisering i algebra på en måte som bidrar til å utvikle elevenes matematiske tankegang og formuleringsevne.

Vi finner også grunn til å nevne et kompetansemål under 'Geometri' etter 7. årstrinn der det blant annet står at eleven skal kunne

- *beskrive og gjennomføre spegling, rotasjon og parallellforskyving.*

Denne vektleggingen viser en dreining av geometrien fra den klassiske euklidske tilnærmingen til en tilnærming mer preget av transformasjonsgeometri. Denne tilnærmingen

til geometrien har sterke koblinger til algebra i form av gruppeteori. Vi mener det vil kreve en viss innsikt i den strukturen som ligger til grunn for gruppeteorien for å kunne arbeide med speiling, rotasjon og parallellforskyving på en slik måte at de tre transformasjonene ikke framstår som atskilte begreper, men som deler av en og samme struktur (kongruensavbildninger).

Oppsummering

Vår hensikt med dette notatet er å forsøke å bidra til at det i diskusjonen omkring undervisningskompetanse ikke kun fokuseres på behovene på ungdomstrinnet og i videregående skole. Det er klart at de emnene som er aktuelle i skolematematikken på et gitt trinn må være adekvat dekket i lærerutdanningen som sikter inn mot det aktuelle trinnet. Vi har gjennom dette notatet forsøkt å vise at vi er sterkt i tvil om dagens situasjon gir en adekvat dekning selv mot barnetrinnet.

Vi mener at det er urealistisk å tenke seg en lærer som på en like god måte kan arbeide med matematikk for 6-åringer som for 16-åringer. Vi mener derfor at det er behov for en **mye større grad av fag- og trinnspecialisering** enn det som har vært tilfelle i norsk skole og lærerutdanning. En har sett at det i de senere år har vært tilløp til å tenke trinnprofilering, men det har ikke slått ut i stor skala. I et prosjekt for utvikling av videreutdanningstilbud, støttet av SOFF/NUV, som gikk fra 2002-2004 og som ble videreført i 2005-2006 (http://www.hit.no/main/efl/laerer_og_foerskolelaerer_1/faggrupper/matematikk/nuv_prosjekt) ble det utviklet studietilbud opp til 60 studiepoeng med profilering mot barnetrinnet og tilsvarende mot ungdomstrinnet. Flere høgskoler tilbyr nå mastergrader som har basis i allmennlærerutdanning. Ved noen høgskoler ville mulighetene ligge godt til rette for at disse kunne utvikles til integrerte femårige studieløp som utdannet faglærere, altså uten at studentene tok alle fagene som nå er obligatoriske i allmennlærerutdanningen. Dette ville gi mulighet for ytterligere fordypning innen noen få fag ut over det som det i dag er mulig å få til, selv med en toårig masterpåbygning.

Vi er enig i at det arbeides for å etablere krav til undervisningskompetanse, og at dette må gjelde på alle trinn i skolen. Vi mener at den nåværende modellen med allmennlærerutdanning som gir gjennomgående kompetanse fra 1.-10. trinn ikke svarer på de utfordringer som stilles til dagens og fremtidens lærere. Vi vil derfor gå inn for at det settes i gang forsøk med utdanningsløp som spesialiserer lærere mot både fag og trinn for hele skoleløpet med tanke på at dette på sikt kan bli normalordningen.

Referanser

- Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endring og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering: Matematikkfaget som kasus*. Notodden: Telemarksforskning.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. I N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (red.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (ff. 3-12). Dordrecht: Kluwer.
- Brekke, G. (1995). *Kartlegging av matematikkforståelse: Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA:

Harvard University Press.

- Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S., & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003*. Oslo: Universitetet i Oslo.
- Hughes, M. (1986). *Children and number. Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Blackwell.
- KD (2006). *Et felles løft for realfagene. Strategi for styrking av realfagene 2006-2009. Midlertidig utgave juni 2006*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., Roe, A., & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.
- L97 (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- LK06 (2007). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*. Lastet ned 27.06.2007 fra http://www.utdanningsdirektoratet.no/templates/udir/TM_UtdProgrFag.aspx?id=2103
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit reasoning: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior*, 25(4), 299-317.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah, NJ: L. Erlbaum.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69-85.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. I N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (red.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (ff. 65-86). Dordrecht: Kluwer.
- NOKUT (2006). *Evaluering av allmennlærerutdanningen i Norge 2006. Del 1: Hovedrapport*. Oslo: NOKUT.
- Normalplannemnda (1964). *Normalplan for landsfolkeskolen* (4. utg.). Oslo: H. Aschehoug & Co. (Originalt arbeid publisert i 1939)
- Redden, T. (1996). "Wouldn't it be good if we had a symbol to stand for any number": The relationship between natural language and symbolic notation in pattern description. I L. Puig & A. Gutierrez (red.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, ff. 195-202). Valencia, Spain: PME.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to algebra. I R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (red.), *Perspectives on school algebra* (ff. 141-153). Dordrecht: Kluwer.

- Warren, E. (2000). Visualisation and the development of early understanding in algebra. I T. Nakahara & M. Koyama (red.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, ff. 273-280). Hiroshima, Japan: PME.
- Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. I H. L. Chick & J. L. Vincent (red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, ff. 305-312). Melbourne, Australia: PME.