

Norsk matematikkråds høringsuttalelse om forslag til ny læreplan i matematikk for grunnskole og videregående skole. Høringsuttalelsen ble avgitt 10. mai 2005.

1 Formål med faget

1

Formålsbeskrivelsen gir et godt grunnlag for å forstå fagets betydning i et samfunns- og individrettet perspektiv og i forhold til den enkeltes muligheter for videre studier, arbeid og livslang læring.

I stor grad

I liten grad

1.....4.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Formålsbeskrivelsen er svært kortfattet og lite konkret. For å danne grunnlag for å forstå fagets betydning i ulike perspektiv er det nødvendig med en litt lengre tekst. For et vellykket eksempel på dette kan vi vise til gjeldende læreplan for matematikk som felles allment fag i videregående opplæring, kapittel 1.1 (Matematikk i praksis) og kapittel 1.2 (Matematikk i skolen).

Ordet *tallmystikk* gir uheldige assosiasjoner til overtro knyttet til spesielle tall. Det som her menes er undring over uventede mønstre og sammenhenger som opptrer i tallenes verden.

Siste setning i andre avsnitt er neppe i samsvar med virkeligheten.

Omtalen av prosjekter med teknologi og design hører ikke hjemme under formålsbeskrivelsen. Vi mener den passer bedre under hovedmålet *kultur og modellering*. Se våre kommentarer under punkt 2.1.

2

Det er samsvar mellom formål og kompetansemål i faget.

I stor grad

I liten grad

1.....4.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Den korte og lite konkrete formålsbeskrivelsen gjør at det ikke er lett å påvise verken samsvar eller manglende samsvar.

3

Formålsbeskrivelsen gir et godt grunnlag for å forstå hva man kan forvente av opplæringen i faget.

Enig

Uenig

1.....5.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Formålsbeskrivelsen presiserer aldri formålet for opplæringen, utover at man skal *utvikle kunnskap om matematikkens metoder og tenkemåter*. I stedet er den en blanding av hva matematikken har vært, hvilken betydning matematisk kompetanse har, og hvordan undervisningen kan legges opp for å nå opplæringens mål. En omforming av andre avsnitt i retning av *Formålet med matematikkundervisningen er å gi elevene kompetanse som gir dem forutsetninger for å forstå prosesser i samfunnet, kunne øve innflytelser og ta del i et moderne demokrati, osv.* forteller bedre siktemålet for undervisningen.

2 Strukturen i faget

1

Hovedområdene angir de sentrale innholds- og/eller funksjonsområdene i faget på en god måte.

Enig

Uenig

1.....2.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Det har vært et stort problem i senere år at studenter i høyere utdanning i altfor stor grad har for dårlige basiskunnskaper i algebra. Algebra bør derfor være et hovedområde også under Vg2T.

I hovedområdet for tall og algebra er det en beskrivelse: *Tall omfatter både hele tall, brøk, desimaltall og prosent*. Denne beskrivelsen er i samsvar med kompetansemålet for tall og algebra etter 7. årstrinn, men dekker neppe den forståelsen for de reelle tallene man bør ha etter Vg2T.

Skillet mellom geometri og målinger som det legges opp til i beskrivelsen av hovedmålene, blir ikke fulgt konsekvent senere i beskrivelsen av kompetansemålene. Beregninger med målte størrelser på geometriske figurer hører til hovedområdet geometri, men blir under kompetansemålene ofte presentert under målinger. Det er ønskelig med en opprydding her.

Beskrivelsen av hovedområdet Kultur og modellering er altfor snever og bærer preg av at i den innledende tabellen er dette hovedområdet bare ført opp under Vg2T og Vg2P. Det kan ikke være meningen at kompetansemålene som elevene møter i disse to kursene skal styre beskrivelsen av hovedområdet på denne måten. Elevene møter både fagets kultur og modelleringsaspektet på alle trinnene, og beskrivelsen av hovedmålet bør gjenspeile dette. Kulturaspektet må inneholde henvisninger til fagets historie, dets internasjonale karakter og multikulturelle bakgrunn, de nære forbindelsene til andre fag, og at den veksten som faget har gjennomgått ikke er en avsluttet prosess. Modelleringsaspektet er til stede ved enhver anvendelse av matematikk.

Det er mulig å føre opp kultur og modellering eksplisitt som hovedmål under alle årstrinn. Alternativt kan man føre det opp som nå under Vg2T og Vg2P, og si at hovedmålet på lavere årstrinn skal integreres i øvrige hovedmål.

Hvis man ønsker å nevne prosjekter i teknologi og design spesielt, kan dette gjøres under hovedpunktet kultur og modellering.

Under hovedområdet Økonomi er *utfylling av selvangivelser* nevnt som et element. Dette er ikke lenger en viktig oppgave for de fleste privatpersoner i Norge, da selvangivelsen nå kommer ferdig utfylt.

2

Teksten om grunnleggende ferdigheter i faget viser hvordan ferdighetene er viktige for utvikling av fagkompetansen og som en del av fagkompetansen.

Enig

Uenig

1.....2.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Teksten om grunnleggende ferdigheter i regning er uklar. Vi foreslår følgende formulering av dette punktet:

Å kunne regne utgjør en grunnstamme i matematikkfaget. De første årene må elevene utvikle regneferdigheter for å kunne løse og utforske problemer med utgangspunkt i praktiske, dagligdagse situasjoner. Senere handler det om ferdigheter for å kunne behandle mer komplekse utfordringer både av praktisk og teoretisk art.

3 Kompetansemål i faget

1

Kompetansemålene i faget angir den kompetansen elevene skal utvikle for dagens samfunn og med tanke på framtiden.

Enig

Uenig

1.....6.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Det ville være en fordel både for lærere, elever og lærebokforfattere om formuleringene var mer presise. Flere steder brukes formuleringene *elevene skal kunne bruke*. De aller fleste elevene bruker jo matematikk i mange sammenhenger, men på langt nær alle bruker regnereglene på en korrekt måte. Formuleringer som for eksempel *skal beherske regning med* kan være med på å stille krav til ferdigheter i faget.

Kommentarer til kompetansemål etter 4. årstrinn

Tall

Forståelse av plassverdisystemet er nødvendig på dette trinnet. Dette gjelder ikke bare hele tall, men også desimaltall. Det er merkelig at mens eleven forutsettes å kunne regne med hele tall og desimaltall etter 4.trinn, er det først på 7. trinn at planen nevner at eleven skal kunne forstå plassverdisystemet.

Første prikkpunkt sier at elevene skal kunne bruke hele negative tall og enkle brøker, uten at det er klart hva som ligger i *bruke*. Skal elevene bare angi og forholde seg til slike størrelser, som for eksempel varme- og kuldegrader eller høyde over og under havet, eller skal man også kunne regne med dem?

Vi mener at regneferdigheter med brøker etter 4. årstrinn bør inkludere addisjon av ensbenedte brøker og multiplikasjon av brøk med helt tall.

Tredje prikkpunkt er uklart formulert, og bærer preg av at man har prøvd å si for mye på for liten plass. For det første mangler krav til kunnskap om addisjons- og multiplikasjonskombinasjonene (tabellkunnskap). Dette er avgjørende for å forstå tankegangen bak og kunne utføre operasjoner som multiplikasjon og divisjon. Videre er det uklart hva som menes med at eleven skal bruke *ulike* metoder for de aritmetiske operasjonene. Menes det ulike metoder (algoritmer) for en enkelt operasjon? Til slutt bør det vurderes om det er fornuftig å innføre divisjon med flersifret divisor på dette trinnet. Formuleringene er tvetydige og uklare, og det må det presiseres bedre hva planen virkelig mener.

Geometri. Målinger

Det bør angis nærmere hvilke figurer det siktes det til når det sies at elevene skal kunne bygge, tegne og beskrive to- og tredimensjonale figurer.

Samme merknad gjelder for målinger, hvor et av målene er at elevene skal kunne anslå og måle lengde, areal, volum og masse. Det bør også gå fram på hvilket trinn elevene skal lære sentrale begreper som punkt, linje, rett linje, vinkel, radius, diameter og omkrets.

Det bør presiseres at man ved målinger skal bruke både ikke-standardiserte og standardiserte enheter. Arbeid med ikke-standardiserte enheter er helt vesentlig for å utvikle forståelse for hva standardiserte enheter gir oss.

Kommentarer til kompetansemål etter 7. årstrinn

Tall og algebra

Vi oppfatter *kunne regne med brøker* i første prikkpunkt slik at det også inkluderer divisjon, og dermed forståelse for brudne brøker. Læreplangruppen har i sitt opprinnelige forslag nevnt bruk av minste felles multiplum og største felles divisor i forbindelse med brøkgregning. Det er ikke klart om dette dekkes av den foreslåtte formuleringen, og vi synes at dette bør gjøres tydeligere slik at man ser hvor langt man skal nå i brøkgregning på dette årstrinnet. Med den foreslåtte formuleringen vil elever begynne ungdomsskolen med svært ujevne kunnskaper i brøkgregning.

Etter 7. årstrinn skal elevene beherske de fire regneartene. Dette bør inkludere en forståelse for sammenhengene mellom regneartene, og vi mener dette bør nevnes som kompetansemål.

Det kan vel neppe være meningen at eleven skal *utvikle* metoder for hoderegning. Vi foreslår at andre prikkpunkt endres til *bruke ulike metoder for hoderegning og*

overslagsregning. Formuleringen *varierte skriftlige metoder* er svært uklar og må avklares nærmere.

Geometri

Formuleringen *kunne identifisere og analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer* kan bety omtrent hva som helst. Det bør i hvert fall angis eksempler på hvilke begreper som det forventes at elevene skal være fortrolig med.

Punktet om å *eksperimentere med geometriske mønstre og tallmønstre* er et metodemål, og ikke et kompetansemål. Vi foreslår at man går tilbake til formuleringen foreslått av læreplangruppen, som er både tydeligere og lettere å vurdere måloppnåelse av.

Målet om at elevene skal kunne *tegne perspektiv med forsvinningspunkt* før det angis at de skal ha geometriske basiskunnskaper som for eksempel kunne utføre enkle konstruksjoner av tre- og firkanter, kan virke noe merkelig.

Målinger

Etter 7. årstrinn bør elevene kunne regne ut areal, volum, masse osv, og ikke bare anslå og måle. Det er muligheter for at første og/eller tredje prikkpunkt er ment å omfatte dette. I så fall må det presiseres bedre. Det må også gjøres rede for hvilke setninger elevene skal kunne benytte. På hvilket trinn skal elevene lære sentrale setninger som for eksempel sammenhengen mellom sider og vinkler i formlike trekkanter?

Det bør også klargjøres hva som ligger i enkle beregninger. Elever bør ved utgangen av 7. årstrinn i hvert fall kunne utføre beregninger av omkrets og areal av sammensatte todimensjonale figurer, og dette må gå fram av kompetansemålene.

Kommentarer til kompetansemål etter 10. årstrinn

Tall og algebra

Formuleringer som *ordne og arbeide fleksibelt med, bruke, vurdere* er upresise og sier lite om hvilket kunnskapsnivå elevene skal arbeide mot. Her trengs en presisering i retning av "*kunne regne med*" eller liknende.

Sjette prikkpunkt, som behandler den såkalte bokstavalgebra, er upresist og burde spesifiseres nærmere. Vi mener også at dette emnet er svært sentralt og bør gis større oppmerksomhet enn det legges opp til her. Erfaringer har vist at stadig færre elever og studenter har tilfredsstillende kunnskaper og ferdigheter i grunnleggende algebra. Ved utgangen av grunnskolen bør elevene kunne bruke de såkalte kvadratsetningene, gjennomføre brøkgregning med variabler og parenteser og løse enkle likninger av andre grad.

Geometri

Noen av kompetansemålene under dette punktet er upresise og kan være vanskelig å måle. Det kan være en utfordring å klare å måle om elevene *kan gjøre rede for geometriske forhold av særlig betydning innen teknologi, kunst og arkitektur* uten at det presiseres nærmere hva som ligger i *særlig betydning*.

Man bør også vurdere om elever ikke skal kjenne til og kunne anvende symmetri, kongruens og geometriske steder når de går ut av grunnskolen.

Kompetansemålene etter både 4. og 7. årstrinn sier ingen ting om at elevene skal kunne foreta beregninger i geometrien. Elever som går ut fra grunnskolen må ha kjennskap til

beregning av areal, volum, vinkler og sider i geometriske figurer og legemer. Dette må tas inn som et kompetansemål etter 10. årstrinn.

Vi mener at elevene bør eksponeres for enkle geometriske bevis på dette årstrinnet.

Statistikk og sannsynlighet

Statistikk dreier seg ikke bare om rene numeriske beregninger. Både innsamling av data med tanke på spørsmålsstilling i undersøkelser, utvalg av objekter og presentasjon av resultater hører med. Det er også viktig at elever på et så tidlig tidspunkt som mulig lærer seg til å være kritiske til både innsamlede data og framlagte modeller. Vi foreslår at man tar med et kompetansemål om dette.

Funksjoner

Som et supplement til kompetansemålet under Tall og algebra om å kunne løse likninger av første grad med to ukjente, bør man her ta inn et punkt om grafisk løsning av likningssett med to ukjente.

Kommentarer til kompetansemål etter VG1T

Tall og algebra

Det hadde vært en fordel for både elever, lærere og lærebokforfattere med mer presis formuleringer med hensyn til kunnskaps- og ferdighetsmål. Formuleringer som *elevene skal beherske regning med ...*, *elevene skal kunne overføre en praktisk problemstilling til en likning ...* osv er bedre enn de foreslåtte.

Sannsynlighetsregning

Produktsetningen i det andre prikkpunktet forutsetter uavhengighet, som blir introdusert i det tredje prikkpunktet. Det er derfor mer logisk å la andre og tredje prikkpunkt bytte plass. Skal det ha noen hensikt å kunne gjøre rede for begrepet betinget sannsynlighet må man også kunne beregne sannsynligheter ved betinging (dvs. ved å betinge med hensyn på en gitt begivenhet). Dette er også en nødvendig forutsetning for å kunne gå videre med Bayes' setning i Vg2T. Vi foreslår derfor at beregning av sannsynligheter ved betinging tas inn etter bruk av addisjonssetningen og produktsetningen.

Funksjoner

Prikkpunkt tre forutsetter derivasjon (og integrasjon), og i den formen det har her bør det derfor komme etter prikkpunkt fire. Det virker imidlertid sannsynlig at man her har endret læreplangruppens forslag uten å være klar over at man dermed har endret innholdet. Læreplangruppens forslag omtaler beregning av *tilnærmede* verdier av momentan vekst og areal under grafen, og er å betrakte som en *innledning* til derivasjon og integrasjon. Vi fraråder beregninger av eksakte verdier av areal ved integrasjon på dette trinnet.

Kommentarer til kompetansemål etter VG1P

Økonomi

Utfylling av selvangivelser er her nevnt som et element. Dette er ikke lenger en viktig oppgave for de fleste privatpersoner i Norge, da selvangivelsen nå kommer ferdig utfylt.

Sannsynlighetsregning

Å kunne bruke addisjons- og produktsetningen står sentralt i sannsynlighetsregningen og burde stå som et eget prikkpunkt.

Funksjoner

Det andre prikkpunktet *overføre data mellom ulike representasjoner, etc.* er uklart og bør presiseres.

Kommentarer til kompetansemål etter VG2T

Det virker påfallende at algebra ikke er tatt med i det hele. Algebra og algebraiske ferdigheter står sentralt i alle anvendelser av matematikk. Selv om algebra inngår i de generelle matematiske ferdighetene som anvendes i vektorregningen, bør det stå som et eget mål.

Kultur og modellering

Implikasjon og ekvivalens er sentrale begreper i matematikk, og må på dette trinnet være integrert i alle deler av kurset, ikke bare i hovedområdet *Kultur og modellering*. Det samme gjelder matematiske bevis, som på dette trinnet også har en svært naturlig plass innenfor *Geometri*.

Kommentarer til kompetansemål etter VG2P

Målene har her en åpnere beskrivelse, og det kan være usikkert hvor mye elevene vil forvente av undervisningen. Hvis man på dette nivået kan vekke elevenes interesse for bruk av matematiske ideer i mer praktiske sammenhenger, kan mye være vunnet, men det vil trolig by på relativt store utfordringer både for lærere og lærebokforfattere.

2

Kompetansemålene gir rom for tilpasset opplæring.

I stor grad

I liten grad

1.....**1**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

3

Kompetansemålene sikrer god progresjon i elevenes læring.

I stor grad

I liten grad

1.....**5**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Omtalen av kompetansemålene sikrer ikke at sentrale byggesteiner på ett trinn er på plass og danner et felles grunnlag for neste trinn. Grunnen er at kompetansemålene ikke er tydelig nok beskrevet, og at man derfor må regne med at ulike lærere vil presisere

dem på forskjellig måte. Dette gjør at man på begynnelsen av et trinn må bruke mye tid på emner som ikke alle har fått med seg fra forrige trinn. I et hierarkisk fag som matematikk er dette en svært viktig problemstilling. Dette gjelder særlig ved overgang til ungdomstrinnet og til videregående opplæring, da elevene vil skifte skole.

Den detaljerte gjennomgangen av kompetansemålene under punkt 3.1 gir flere eksempler på utydelige kompetansemål.

4

Kompetansemålene er på et realistisk ambisjonsnivå i forhold til omfanget av faget (timetallet).

I stor grad

I liten grad

1.....**2**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Norsk matematikkråd har i høring til Departementet om fag- og timefordeling i grunnskole og videregående opplæring gått inn for å øke timetallet på ungdomstrinnet, slik at man kan ha 4 uketimer matematikk hvert år på ungdomstrinnet. Vi mener dette er nødvendig for å oppnå tilstrekkelig kontinuitet i arbeidet med faget.

5

Kompetansemålene er realistiske i forhold til trinnet de er formulert for.

I stor grad

I liten grad

1.....**2**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Under tall og algebra så er plassverdisystemet først nevnt etter 7. årstrinn. Dette *må* nevnes etter 4. årstrinn, da det ikke gir mening å arbeide med flersifrede tall ellers.

6

De grunnleggende ferdighetene er ivaretatt i kompetansemålene på fagets premisser.

I stor grad

I liten grad

1.....**4**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Bruk av digitale verktøy er en grunnleggende ferdighet som er nesten fraværende fra omtalen av kompetansemålene.

7

Kompetansemålene gir grunnlag for å vurdere kompetansen som elevene har utviklet i faget.

I stor grad

I liten grad

1.....6.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

Det er nødvendig med tydelige og mer presise kompetansemål for å kunne vurdere måloppnåelse. Beskrivelsen av kompetansemålene sier lite om i hvilken dybde emnene skal være forstått.

Som eksempel kan vi nevne at det under kompetansemål i geometri etter 7. klasse sies at man skal identifisere og analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer, men ikke noe om hva slags egenskaper. Bør eleven ha kjennskap til vinkelsummen i en trekant på dette trinnet? Hvilket forhold skal man ha til tallet n (π)?

Vi har gitt flere eksempler under punkt 3.1, men ser ikke behov for å gjenta dem her.

8

Direktoratet inviterer høringsinstansene til å uttale seg om også andre fag bør ha kompetansemål etter 2. årstrinn, og foreslå hvilke mål det kan være.

Kommentarer og forslag til forbedringer

Matematikk bør ha kompetansemål etter 2. årstrinn.

Viktigheten av en god start i grunnleggende fag på skolen kommer tydelig frem ved innføringen av GLSM (grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring) i allmennlærerutdanningen. En naturlig konsekvens er at man gis anledning til å vurdere måloppnåelse tidligere enn etter 4. årstrinn.

Som innspill til forslag til kompetansemål etter 2. årstrinn vil vi foreslå:

Tall

Målet for opplæringen er at eleven skal kunne

- forstå forskjell mellom enerplass og tierplass, og bruke en- og tocifrede tall ved telling
- forstå og gjennomføre addisjon og subtraksjon med tall opp til 20 i hodet og på papir
- forstå og bruke enkle brøker i konkrete situasjoner
- sammenligne størrelser og mengder
- gjenkjenne og beskrive partall og oddetall, kunne gjennomføre fordobling og halvering med enkle tall

Geometri

Målet for opplæringen er at eleven skal kunne

- gjenkjenne, tegne og beskrive enkle to- og tredimensjonale figurer
- beskrive enkle geometriske mønstre
- forklare veien i enkle situasjoner og følge slike forklaringer

Målinger

Målet for opplæringen er at eleven skal kunne

- anslå og måle lengde, volum, masse og tid med ikkestandardiserte og med standardiserte måleenheter
- bruke analog klokke

- gjenkjenne de norske myntene (og sedlene?) og bruke dem i kjøp og salg

Statistikk

Målet for opplæringen er at eleven skal kunne

- sortere og gruppere data i konkrete situasjoner
- klassifisere gjenstander etter egenskaper

4 Vurdering

1

Utdanningsdirektoratet ønsker en samordnet begrepsbruk, og foreslår å erstatte begrepet avgangsprøve i grunnskolen med begrepet eksamen.

Begrepet eksamen skal brukes gjennomgående i hele grunnopplæringen.

Enig

Uenig

1.....**1**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer

5 Generelle kommentarer

Kommentarer

Det trengs betydelige endringer i forslaget før man har en tilfredsstillende læreplan for matematikk. Endringene må foretas av personer med god fagkunnskap og undervisningserfaring.

De nye læreplanene skal være kortfattede, men tydelige, og sentrale sider ved innholdet skal gis større oppmerksomhet. Det er et motsetningsforhold her, og i høringsforslaget har man ikke klart å finne en god balanse. Beskrivelsen av sentrale områder er mange steder svært kortfattet og lite presis. Resultatet er en læreplan som er kort, men ikke tydelig.

Et hovedproblem er at man har valgt å være kortfattet både når det gjelder sentrale kjerneområder og mer perifere emner. For å være tydelig er det nødvendig å bruke mer plass på beskrivelsen av sentrale kjerneområder. Man har gjennomgående valgt å unngå eksempler ved beskrivelsen av emner, og dette ser ikke ut til å ha fungert godt.

I retningslinjene for læreplangruppene står det at kompetansemålene skal være egnet som grunnlag for dialog mellom skole og hjem, samt andre involverte parter. Men med de foreslåtte kompetansemålene er det ikke lett for foreldre å vurdere om elevenes tilbud er i samsvar med læreplanen.

Vi vil også peke på det store antallet lærere i grunnskolen uten utdanning i matematikk, og at grunnskole og videregående skole danner et felles grunnlag for høyere utdanning. Begge disse forholdene tilsier at beskrivelsen av det faglige innholdet i skolen bør være klar og tydelig, i hvert fall innenfor sentrale områder av faget.

Vi anbefaler derfor en grundig revisjon av forslaget til læreplan i matematikk, og vi understreker nok en gang viktigheten av at denne blir gjennomført av personer med god fagkunnskap og undervisningserfaring i faget.

Spørsmål til enkelte fag (i høringsmalen for hvert fag)

Vurdering i faget Matematikk i videregående opplæring. Direktoratet foreslår at privatister skal prøves i skriftlig eksamen og ikke i muntlig.

Privatistene får i tilstrekkelig grad vist sin kompetanse i matematikk ved skriftlig eksamen.

Enig Uenig
1.....**2**.....6

Kommentarer og forslag til forbedringer