

# Rapport

## Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2017

---

*Guri A. Nortvedt og Tone Bulien*

*Universitet i Oslo og Universitetet i Stavanger*

Norsk matematikkråd

<http://matematikkradet.no/>

[styret@matematikkradet.no](mailto:styret@matematikkradet.no)

ISBN: 978-82-93292-06-7

Oslo

© Norsk matematikkråd og forfatterne, 2018

Materialet i denne publikasjonen er omfattet av åndsverkslovens bestemmelser. Uten særskilt samtykke med matematikkrådet, ved styret, er eksemplarfremstilling og tilgjengeliggjøring kun tillatt i den utstrekning det er hjemlet i lov eller tillatt gjennom avtale med Kopinor, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk. Fremstilling til eget bruk er god tillatt.

## Innhold

Innledning.....	4
Sammendrag .....	6
Metode.....	7
Utvalg .....	7
Analyser.....	10
Resultater .....	11
Hovedresultater.....	11
Hvor kommer de fra og hva har de med seg av matematikkurs? .....	12
Utvikling over tid .....	13
Dahl skole .....	15
Holdninger .....	16
Lærerutdanning i endring.....	18
Avsluttende kommentarer .....	21
Referanser .....	22

## Innledning

Norsk matematikkråd har siden 1984 arrangert en forkunnskapstest for alle som starter på matematikkurs i høyere utdanning. Testen er dugnadsarbeid der rådets medlemmer har ansvar for gjennomføringene på de enkelte institusjonene og for å skrive en rapport. Matematikkrådstesten ble i 1984 iverksatt for å skaffe frem informasjon som kunne brukes til å overvåke nivået på forkunnskapene til begynnerstudenter, og til å understøtte rådets argumenter i saker der rådet ønsker å skape positiv utvikling for matematikkfaget i Norge (Rasch-Halvorsen og Johnsbråten, 2002), blant annet ved å påvirke utdanningsmyndighetene.

Norsk matematikkråd og norske matematikere er ikke de eneste som bekymrer seg for begynnerkunnskapene til de studentene som tar matematiske fag eller som begynner på utdanninger der studentene trenger matematisk kompetanse. Universiteter over hele verden uttrykker og har uttrykt bekymring for utfordringer knyttet til overgang mellom videregående skole og universitets- og høyskolestudier, særlig med tanke på studentenes forkunnskaper i matematikk (Clark & Lovric, 2009; Gueudet, Bosch, DiSessa, Kwon, & Verschaffel, 2016; Kaiser & Buchholtz, 2014; Thomas et al., 2015; Treacy & Faulkner, 2015). Selv studenter som har tatt avanserte kurs i videregående skole kan streve med matematikken i begynnerkurs i høyere utdanning. Vanskene er ofte knyttet til bruk av matematisk symbolspråk og argumentasjon, særlig bevis er en stor utfordring for studentene (ibid.).

På et punkt er forkunnskapstesten til matematikkrådet i en særstilling: forkunnskapstesten måler i hovedsak forkunnskaper i form av grunnleggende begreper og ferdigheter hentet fra pensum i grunnopplæringen. Det kan argumenteres for at å beherske aritmetikk, enkel algebra og kunne løse enkle, anvendte oppgaver danner basis for å kunne bruke et matematisk symbolspråk til å modellere og løse mer avanserte problemer. Vincent mfl. (2015) fant for eksempel ut at mange studenter i høyere utdanning «misbruker» likhetstegnet.

Selv om forskning på forkunnskaper i matematikk på grunnskolenivå er uvanlig, er forkunnskapstesten ikke unik. Både i Canada og USA finnes det eksempler på analyser av forkunnskaper til studenter på college/universitet (National Center on Education and the Economy, 2013; Orpwood, Schollen, Leek, Marinelli-Henriques, & Assir, 2012)., men så vidt forfatterne vet handler andre studier i stor grad om studenter som tar profesjonsrettede utdanninger, ikke utdanninger som er mer matematikktunge slik som i matematikkrådets undersøkelse. Forkunnskapstesten er også unik i det at samme test er gjennomført annethvert år siden 2001 samtidig som enkelte oppgaver har vært brukt helt siden første gjennomføring i 1984.

Denne rapporten inneholder resultater fra siste gjennomføring av forkunnskapstesten i studieåret 2017/2018. Siden forrige gjennomføring i 2015/2016 er det en økning i antall deltakere på nesten 30 prosent. Økningen av deltakere har i hovedsak vært i gruppene lærer, ingeniør og økonom, noe som styrker troverdigheten til resultatene fra disse gruppene. Samtidig har antall deltakere fra sivilingeniør og kalkuluskurs holder seg stabilt over tid og gir dermed et bedre sammenlikningsgrunnlag for å studere utvikling over tid.

Når testen gjennomføres hvert andre år, vil det mest sannsynlig være kun små endringer fra gang til gang. Er det da noe poeng å ha så mange gjennomføringer? Vi vil svare ja på dette spørsmålet. Selv om det er bare er små forskjeller i resultatene er norsk utdanning inne i en periode med mange og hurtige endringer. Ved gjennomføringen i 2017 hadde mange studenter gjennomført nesten hele grunnutdanningen etter læreplan Kunnskapsløftet. Dette er også den første gjennomføringen etter at det ble innført skjerpede karakterkrav i matematikk for lærerutdanningene, og dette var også første gang de som ble tatt opp til grunnskolelærerutdanning startet på et masterløp. I 2018 får universitetene lov til å stille krav om at studentene har tatt R2 i videregående skole. Når matematikkrådstesten holdes

stabil og gjennomføres med jevne mellomrom vil den kunne gi informasjon om endringer i studentenes forkunnskaper og dermed også gi noe informasjon om hvor godt forberedt studentene er til matematikkundervisning i høyere utdanning.

## Sammendrag

Matematikkrådets forkunnskapstest gjennomføres hvert annet år. Med så hyppige gjennomføringer vil det være små endringer fra gjennomføring til gjennomføring og i de siste årene har det vært relativt stabile resultater. Også ved gjennomføringen i 2017 er det kun små endringer i resultatene. Samtidig er det stor endring i hvor mange studenter som har deltatt på testen. Utvalget har økt med mer enn 1500 studenter, fra 5491 til 7170 deltagere.

I gjennomsnitt får begynnerstudentene til omtrent halvparten av oppgavene på forkunnskapstesten. Matematikkrådets forkunnskapstest måler begreper og ferdigheter som ligger innenfor grunnskolens lærestoff. Testen tas av begynnerstudenter på studier som inneholder minst 60 studiepoeng i matematikk, det vil si ulike realfagsstudier ved universiteter og høyskoler i Norge i tillegg til økonomi- og lærerutdanninger. Studenter på lærerutdanning 1 – 7 har imidlertid kun 30 studiepoeng matematikk og matematikdidaktikk som obligatorisk komponent i sitt studieløp. Studentene er inkludert i utvalget fordi det er de som skal undervise matematikk til de yngste elevene i grunnskolen.

Det er stor forskjell i resultatene dersom vi sammenligner ulike studieveier. Sivilingeniør- og kalkulusstudenter får til mest, i gjennomsnitt omtrent to tredeler av oppgavene

Matematikkrådet utviklet og gjennomførte sin første forkunnskapstest i 1982. Denne testen har siden vært endret en rekke ganger, men dagens test har vært gjennomført uforandret siden 2001. Sammensetningen av utvalget endres fra gjennomføring til gjennomføring, noe som gjør det vanskelig å sammenligne resultatene over tid. Imidlertid har gruppen sivilingeniør hatt et relativt stabilt utvalg, og for denne gruppen kan vi sammenligne resultater for de siste gjennomføringene. Sivilingeniørstudentene har tradisjonelt hatt best resultater på forkunnskapstesten, men heller ikke de klarer alle oppgavene. I 2017 fikk studentene i gjennomsnitt til 68 prosent av oppgavene, noe som er på samme nivå som i 2015 da de fikk til 69 prosent. For de øvrige studieretningene er resultatene for 2017 stort sett på nivå med resultatene fra 2015.

Økningen i antall deltagere gjelder i hovedsak studenter på ingeniør- og økonomiutdanninger. Det er også en økning i antall studenter på lærer 1 – 7 og i gruppen «annet». Andelen deltagere som går på brukerkurs går ned. Økningen i antall deltagere er altså først og fremst i de gruppene som tradisjonelt har hatt svakest resultater på forkunnskapstesten, de som «ligger under middels». Det betyr at hovedresultatet er noe svakere enn i 2015, men de gruppene som har best resultater klarer seg like godt som i 2015.

Som i tidligere år har yngre studenter bedre resultater enn eldre, og studenter som har full fordypning i matematikk klarer seg bedre enn studenter som har valgt kun obligatoriske kurs. Dette er ikke overraskende, da lengre perioder der man ikke arbeider med matematikken kan føre til at man «glemmer». Eldre studenter og studenter som slutter med matematikk etter to år i videregående opplæring har alle vært borte fra matematikkfaget viss tid før de deltar på forkunnskapstesten. Disse studentene er overrepresentert på økonomi- og lærerutdanningene. Samtidig har så godt som alle sivilingeniørstudentene full fordypning fra videregående skole. Det er derfor ikke overraskende at sivilingeniørstudentene har best resultater på forkunnskapstesten.

Et positivt resultat er at begynnerstudentene har positive holdninger til matematikk. Dette gjelder studentene på alle studieveiene.

## Metode

Matematikkrådets forkunnskapstest gjennomføres annethvert år med begynnerstudenter på matematikktunge studier. Matematikkrådets styre står ansvarlig for gjennomføringene og sørger for at prøven og retningslinjene for gjennomføring, retting og rapportering sendes ut til rådets representanter ved de universiteter og høyskoler som inviteres til å delta. Hvert enkelt lærested administrerer så testen ved sin institusjon. Matematikklærere/forelesere ved den enkelte institusjon er ansvarlige for å gjennomføre og vurdere besvarelsene til egne studenter i henhold til retningslinjene for testen.

Forkunnskapstesten består av et spørreskjema der studentene får spørsmål om alder, skolebakgrunn og kjønn i tillegg til fem holdningsspørsmål. Videre får studentene 16 matematikkoppgaver med til sammen 22 delspørsmål som de skal løse i løpet av 45 minutter. Oppgavene er i hovedsak hentet fra grunnskolens lærestoff. Riktig svar gir 2 poeng, så alt rett gir 44 poeng.

Gjennomføringen i studieåret 2017/2018 fulgte samme prosedyrer som tidligere gjennomføringer: Etter at studentene hadde besvart spørreskjemaet og matematikkoppgavene i testen, ble resultater på oppgavenivå registrert ved hjelp av et nettbasert verktøy. Hvert lærested fikk tildelt passord og brukernavn og registrerte selv sine resultater. Dette betyr at all data anonymiseres i forbindelse med registrering. Data er siden overlevert til forfatterne av denne rapporten uten informasjon om lærested eller faglærer. Forfatterne av rapporten har heller ikke fått tilgang til opplysninger om hvilke studenter som hører til samme gruppe.

I denne rapporten presenteres resultater fra forkunnskapstesten som gjennomført i studieåret 2017/2018. Studiesteder som hadde oppstart på sine matematikkurs etter jul, fikk mulighet til å gjennomføre testen ved semesterstart etter samme retningslinjer som for studiestedene med oppstart på høsten. I det følgende vil vi for enkelthets skyld skrive høsten 2017 også når vi mener studieåret 2017/2018.

## Utvalg

Testen gjennomføres med studenter på såkalt "matematikktunge" studier, det vil si studietilbud der studentene må ta minst 60 studiepoeng<sup>1</sup> matematikk. Utvalget består av 7170 studenter. Til sammenligning deltok 5491 studenter i 2015. Dette er en økning på vel 30 prosent. For gjennomføringen i 2017 er data overlevert uten institusjonskoder, og det oppgis derfor ikke hvor mange institusjoner som er representert for hver studievei. Til sammen 2516 (35 %) kvinnelige og 4605 (65 %) mannlige studenter tok testen. (Enkelte studenter oppgir ikke kjønn.) Som ved tidligere gjennomføringer er det en overvekt av studenter i aldersgruppen 17 – 20 og 21 – 25, se tabell 1.

Tabell 1. Aldersfordeling i utvalget

	Aldersgruppe	N	%
	17–20	3988	55,6
	21–25	2417	33,7
	26–35	554	7,7
	36–	128	1,8
	Ubesvart	83	1,2
	Totalt	7170	100,0

<sup>1</sup> Det eneste unntaket er studenter ved grunnskolelærerutdanning, Lærer 1 – 7, som skal bli barneskolelærere. For disse studentene er det kun obligatorisk med 30 studiepoeng matematikk. De kan velge å ta flere studiepoeng matematikk dersom de ønsker fordypning.

Studentene i utvalget fordeler seg på en rekke studieveier (se tabell 2). Som ved tidligere gjennomføringer er det et stort utvalg studenter på retningene ingeniør og sivilingeniør. I 2017 var økonomiutdanningene også godt representert. Det er tilstrekkelig antall studenter på kalkuluskurs og siviløkonom til at vi kan si noe om disse gruppene. Andelen studenter som tar brukerkurs er lav, og disse tallene må tolkes med stor varsomhet.

Matematikkrådet har arbeidet for å øke andelen grunnskolelærerutdanninger som deltar på testen. I 2017 deltok henholdsvis 347 og 410 studenter fra lærer 1 – 7 og lærer 5 – 10, dette tilsvarer omtrent 25 prosent av de studentene som ble tatt opp til grunnskolelærerutdanningene. Samtidig er dette en liten del av populasjonen og resultatene til lærerstudentene må derfor også tolkes med varsomhet.

Studentene som har krysset av for annet eller som ikke har besvart spørsmål om studievei vil bli tatt med i analyser der hele utvalget samlet er det som studeres. Disse studentene utgjør omtrent 10 prosent av utvalget.

Tabell 2. Studentene fordelt på studievei

Studievei	N	%
Brukerkurs	170	2,4
Kalkuluskurs	677	9,4
Ingeniør	1522	21,2
Sivilingeniør	1296	18,1
Økonom	1494	20,8
Siviløkonom	528	7,4
Lærer 1–7	347	4,8
Lærer 5–10	410	5,7
Annet	703	9,8
Ubesvart	23	0,3
Totalt	7170	100,0

Andelen kvinnelige og mannlige studenter på de ulike studieveiene varierer. Tabell 3 viser fordelingen for hver studievei. Enkelte studenter oppgir ikke alder og/eller kjønn. Disse er ikke tatt med i fordelingene på aldersgrupper og kjønn, men er inkludert i totalt antall studenter for hver studievei.

Tabell 3 viser at det på de tradisjonelt sett matematikktunge studiene (kalkulus, ingeniør og sivilingeniør) er en overvekt av menn, og at overvekten er spesielt stor på ingeniørstudiet. Også på økonomi-studiene er det overvekt av mannlige studenter. Samtidig er det en overvekt av kvinnelige begynnerstudenter på lærerstudiene.

Det varierer fra studievei til studievei hvor stor andel av studentene som begynner på studiet like etter videregående skole. Det mest vanlige er at litt mer enn halvparten er i yngste aldersgruppe. Ingeniørutdanningene har lavest andel studenter i gruppen 17 – 20. På flere av studieveiene er det også en større andel kvinnelige studenter som er i gruppen 17 – 20 sammenlignet med mannlige.



Tabell 3. Fordeling av studentene på de ulike studieveiene: aldersgruppe og kjønn.

			Kvinner	Menn	Totalt
			N (%)	N (%)	N (%)
<i>Brukerkurs</i>	Alder	17 - 20	38 (61)	57 (53)	95 (56)
		21 - 25	16 (26)	35 (33)	52 (31)
		26+	7 (11)	14 (13)	21 (12)
		Totalt	62	107	170
<i>Kalkuluskurs</i>	Alder	17 - 20	153 (64)	268 (62)	421 (62)
		21 - 25	68 (28)	127 (29)	187 (29)
		26+	18 (8)	36 (8)	55 (8)
		Totalt	240	434	677
<i>Ingeniør</i>	Alder	17 - 20	128 (47)	478 (39)	612 (40)
		21 - 25	100 (37)	538 (43)	638 (42)
		26+	43 (16)	204 (17)	253 (17)
		Totalt	153	268	421
<i>Sivilingeniør</i>	Alder	17 - 20	382 (85)	602 (72)	986 (76)
		21 - 25	63 (14)	220 (26)	283 (22)
		26+	3 (1)	12 (1)	16 (1)
		Totalt	450	842	1296
<i>Lærer 1 - 7</i>	Alder	17 - 20	148 (53)	19 (29)	170 (49)
		21 - 25	78 (28)	35 (53)	113 (33)
		26+	49 (18)	12 (18)	61 (17)
		Totalt	277	66	347
<i>Lærer 5 - 10</i>	Alder	17 - 20	129 (57)	81 (44)	212 (52)
		21 - 25	81 (36)	81 (44)	162 (40)
		26+	15 (7)	19 (10)	34 (8)
		Totalt	225	183	410
<i>Økonom</i>	Alder	17 - 20	293 (53)	488 (52)	785 (53)
		21 - 25	177 (32)	346 (38)	536 (36)
		26+	77 (14)	81 (9)	160 (11)
		Totalt	552	932	1494
<i>Siviløkonom</i>	Alder	17 - 20	134 (71)	216 (65)	350 (66)
		21 - 25	49 (25)	105 (31)	154 (29)
		26+	4 (2)	9 (3)	15 (3)
		Totalt	190	335	528

## Analyser

Analysene som er gjennomført på dataene fra gjennomføringen i 2017, er i hovedsak sammenligninger av gjennomsnitt for ulike grupper. Gjennomsnitt oppgis med en desimal og med standardavviket i parentes, slik at man enkelt kan sammenligne spredningen i de ulike gruppene. Sammenligninger av to grupper signifikant testes ved hjelp av t-test. Når det er flere enn to grupper gjøres sammenligninger ved hjelp av enveis ANOVA (F-test). Multiple sammenligninger (parvise sammenligninger mellom alle gruppene) gjøres ved hjelp av Scheffés post hoc-test med 5 % signifikansnivå. Resultater rapporteres med signifikansnivå i teksten eller ved at grupperinger fremstilles i en egen kolonne i frekvenstabeller der resultater fremstilles.

Utvikling over er i hovedsak tid målt ved å sammenligne gjennomsnitt for grupper av studenter. Det knytter seg en liten usikkerhet til alle målinger. Gjennomsnittene regnes ut for et utvalg av en populasjon. Dersom man trekker mange ulike utvalg fra samme populasjon, vil gjennomsnittene variere noe. Usikkerheten oppgis ofte som et konfidensintervall eller ved at det er oppgitt en standardfeil for målingen. Ofte oppgis en øvre og nedre grense for hvert gjennomsnitt som uttrykker at gjennomsnittet med 95 prosent sannsynlighet ligger innenfor dette intervallet. Denne grensen er  $\pm 2$  standardfeil. I denne rapporten har vi oppgitt hvor mye to standardfeil er, snarere enn grensene for intervallet.

De samlekategoriene som er benyttet i tidligere rapporter, er også brukt i denne rapporten, for å kunne sammenligne med resultater fra tidligere gjennomføringer. Dog bør slike sammenligninger gjøres med varsomhet da sammensetningen av utvalget varierer fra gjennomføring til gjennomføring.

## Resultater

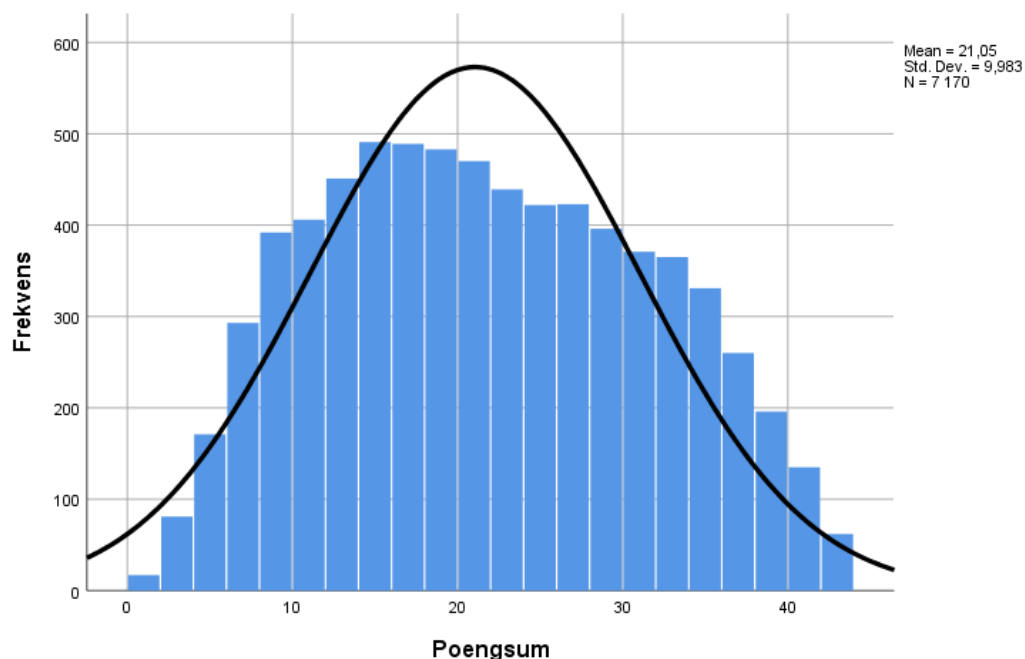
I denne delen av rapporten presenteres hovedresultatene før en gjennomgang av hvilke bakgrunn studentene har på de ulike studieveiene og hvilken sammenheng det er mellom bakgrunn og resultater. Sammenligning over tid er utfordrende fordi sammensetningen utvalget varierer mye fra gjennomgang til gjennomgang. Sammenligning over tid er derfor gjort på gruppenivå.

Rapporten inneholder også en kommentar til hvordan studentene gjør det på oppgaven «Dahl skole» og diskusjon av studentenes holdninger til matematikk.

### Hovedresultater

Figur 1 viser fordelingen av resultater for studentene som deltok på forkunnskapstesten i 2017. Studentene fikk i gjennomsnitt 21 poeng (SD = 9,983) av maksimalt 44, det vil si litt under 50 prosent. Som ved tidligere gjennomføringer er det noen studenter som har løst alle oppgavene korrekt. Disse fordeler seg på flere studieretninger. Det er også noen (få) studenter (N = 16) som ikke klarer å løse noen av oppgavene korrekt. Det er mulig at disse studentene har gitt opp eller heller levert blankt enn å trekke seg fra testen. Samtidig er det en god del begynnerstudenter som har en, to eller tre oppgaver korrekt, og mye tyder på at mange av studentene strever med grunnleggende begrep og regneferdigheter.

Figur 1. Fordeling av resultater på forkunnskapstesten i 2017 for alle deltagere.



Som ved tidligere gjennomføringer er det de yngste studentene som skårer høyest på forkunnskapstesten. Mange av disse studentene har hatt matematikk alle år på videregående skole og ikke hatt noen pause fra å arbeide med matematikk. Resultatene fra forkunnskapstesten kan tyde på at studenter som har vært borte fra matematikkfaget en stund, strever mer med de grunnleggende oppgavene. Studentene som er 17 – 20 år skårer signifikant bedre enn studentene som er eldre.

Tabell 4. Gjennomsnittresultater (poeng) for alle aldersgrupper.

Alder	N	Gjennomsnitt	Standardavvik
17–20	3988	23,2051	10,01855
21–25	2417	18,8175	9,28853
26–35	554	16,6480	8,90967
36–	128	17,6719	9,32114
Ubesvart	83	17,5301	9,29901
Totalt	7170	21,0550	9,98283

### Hvor kommer de fra og hva har de med seg av matematikkurs?

Ulike studieveier har ulike krav til forkunnskaper, det vil si karakterer og hvilke matematikkurs studentene skal ha fullført på videregående skole. Mens studenter som begynner på lærerutdanning 1 – 7 og 5 – 10 kun trenger å fullføre obligatoriske matematikkurs (dog med karakterkrav), må studenter til mer realfagstunge studier ha fullført full fordypning. Enkelte studenter tas opp med realkompetanse.

Ikke alle studenter oppgir hvilke kurs de tok på videregående skole eller hvilken studieretning de gikk på. Av de studentene som oppga bakgrunn, oppga til sammen 1124 av begynnerstudentene å ha bakgrunn fra yrkesfaglig studieretning på videregående skole. Disse studentene fordeler seg på alle de ulike studieveiene, men den største andelen, nesten 40 prosent (av 1124), har begynt på ingeniørutdanning. Det er også en stor gruppe som begynte på økonomiutdanninger (23 prosent), samt 15 prosent som har begynt i lærerutdanning.

Man kan også se på hvor stor andel studenter innenfor hver enkelt studievei som har yrkesfaglig bakgrunn: Mens vel 30 prosent av ingeniørstudentene oppga å ha bakgrunn fra yrkesfag, er denne andelen på økonomi- og lærerstudiene mellom 20 og 24 prosent. Det er altså flere veier inn til høyere utdanning. Det er sannsynlig at mange av studentene som oppgir å ha bakgrunn fra yrkesfaglige studier har valgt å ta tredje påbyggingsår for å få generell studiekompetanse. Andre kan ha gjennomført læretid og ha fagbrev.

Til sammen 5796 studenter oppga å ha bakgrunn fra studieforbereende linje i videregående skole. Også disse fordeler seg på alle studieretninger, for eksempel oppgir 97 prosent av studentene som skal bli sivilingeniør at de har slik bakgrunn, også blant kalkulus- og siviløkonomstudentene har hovedtyngden av begynnerstudentene, henholdsvis 95 og 99 prosent, denne bakgrunnen.

Elever på studieforbereende linje i videregående skole kan velge mellom en rekke matematikkurs. Til sammen 74 prosent oppga å ha tatt fordypningskurs: S1 (3 %), S2 (14 %), R1 (6 %) eller R2 (50 %). Det er positivt at så mange som halvparten av studentene i denne gruppen har valgt full fordypning i matematikk. De fordeler seg på alle studieveiene, men det er stor variasjon med hensyn til hvor stor andel av studentene som har hvor mye fordypning. Tabell 5 viser andel studenter med fordypning i matematikk på de ulike studieveiene samt andel studenter som har valgt minimumsvarianten med 1P + 2P.

Tabell 5. Andel begynnerstudenter med 2P, S1, S2, R1 og R2 som høyeste matematikkurs på studieforberedende linje i videregående skole.

Studievei	2P	S1	S2	R1	R2
Brukerkurs	2 %	0 %	30 %	18 %	30 %
Kalkulus	0 %	0 %	9 %	4 %	71 %
Ingeniør	3 %	1 %	3 %	4 %	43 %
Sivilingeniør	0 %	0 %	0 %	0 %	92 %
Lærer 1 – 7	40 %	9 %	6 %	3 %	5 %
Lærer 5 – 10	28 %	5 %	17 %	8 %	15 %
Økonom	36 %	7 %	18 %	5 %	7 %
Siviløkonom	2 %	1 %	44 %	14 %	34 %

Tabell 6 nedenfor viser hvor mange poeng studentene med de ulike fagbakgrunnene i gjennomsnitt har fått på forkunnskapstesten. Denne tabellen gjelder de studentene som har tatt studieforberedende linje, men tilsvarende mønstre finnes for studenter med yrkesfaglig bakgrunn.

Tabell 6. Gjennomsnittresultater for studenter med bakgrunn fra studieforberedende retning.

Bakgrunn	N	Poeng gjennomsnitt	Standardavvik
2P	998	12,8	6,508
S1	192	14,6	7,277
S2	834	19,1	7,412
R1	361	19,1	7,607
R2	2901	27,8	8,190
Studieforberedende totalt	5796	22,2	9,992

Som tabell 6 viser er det en klar sammenheng mellom bakgrunn og poengsum på forkunnskapstesten.

Det er også forskjell mellom kvinnelige og mannlige studenter med hensyn til hvor stor andel av studentene som oppgir å ha tatt R2 (37 % kvinnelige og 43 % mannlige studenter). Sammenligning av gjennomsnittene til mannlige og kvinnelige studenter viser at mannlige studenter skårer signifikant høyere enn kvinnelige studenter på forkunnskapstesten. Mens mannlige studenter i gjennomsnitt har fått 22,3 poeng (50 %) rette svar (SD = 9,570) har kvinnelige studenter i gjennomsnitt fått 18,8 poeng (SD = 9,599).

Yngre studenter har også i større grad full fordypning enn eldre. Noen av forskjellene vi ser vil ha sammenheng med hvor mye matematikk studentene tok i videregående opplæring, slik at når flere menn har R2, er det også sannsynlig at menn skårer høyere enn kvinner.

### Utvikling over tid

Som tabell 5 viser varierer det fra studievei til studievei hvor stor andel av studentene som har minimumsvarianten av kurs (2P) og hvor mange som har fordypning. Dette gjenspeiles av resultatene på forkunnskapstesten. Sivilingeniørstudenter har høyes poengsum 30,1 poeng (SD = 7,159) (se tabell 6 og 7), her er det flest studenter som har full fordypning. Studenter som har søkt seg til lærer 1 – 7 og økonomistudier har lavest poengsum, men her er det også en stor andel av studentene som har 2P som høyeste matematikkurs (se tabell 4). Når de matematikkunnskursene har størst andel studenter med R2, er det også mer sannsynlig at de har best resultater.

Med de store endringene i sammensetningene i utvalget gjøres sammenligningen over tid på gruppenivå. Gruppen sivilingeniør har hatt mest stabilt utvalg på forkunnskapstesten, og det er sikrest å sammenligne resultater over tid for denne gruppen. Tabell 6 viser at de har sammenlignbare resultater i 2015 og 2017. For at en gruppe skal ha forbedret resultatene sine, må forskjellen mellom de to

målingene være større enn pluss/minus to standardfeil. Da er det sannsynlig at forskjellen skyldes at studentene har blitt bedre eller svakere. Forskjeller som i størrelsesorden er mindre, kan skyldes tilfeldigheter. Tabell 6 viser at sivilingeniørstudentene i 2015 og 2017 hadde noe bedre resultater enn i 2013.

Tradisjonelt har også gruppene ingeniør og siviløkonom vært stabile. Et unntak er gruppen ingeniør i 2015, men dersom man sammenligner resultatene for disse gruppene også over de siste tre gjennomføringene, fremgår det at resultatet for disse gruppene er stabilt.

Tabell 7. Resultater ved de tre siste gjennomføringene for ingeniør-, sivilingeniør- og siviløkonomstudentene.

	2013			2015			2017		
	N	Gj.sn	Standard-feil	N	Gj.sn	Standard-feil	N	Gj.sn	Standard-feil
<b>Samlet</b>	5383	22,33	0,128	5491	23,24	0,129	7133*	21,07	0,118
<b>Ing.*</b>	1395	20,07	0,233	853	21,95	0,274	1504	20,84	0,222
<b>Siv.ing</b>	1315	28,34	0,204	1188	30,64	0,205	1292	30,11	0,198
<b>Siv.øk.*</b>	418	24,81	0,396	597	24,17	0,322	528	23,48	0,366

Tabell 7 viser også størrelsen på utvalget for de tre gruppene ved de siste gjennomføringene. Der det er store endringer i utvalget må resultatene tolkes med varsomhet, da vet vi ikke sikkert hva vi sammenligner.

Når utvalget som deltar på forkunnskapstesten øker med mer enn 1500 studenter, vil endringer i sammensetningen av utvalget kunne virke inn på gjennomsnittresultatet. I 2015 var gjennomsnittet for alle studentene 23,3 poeng (SD = 9,56) eller 52,8 prosent. Dette er noe høyere enn i 2017, men representerer ikke en signifikant tilbakegang. Endringen i gjennomsnittet for alle studentene har sammenheng med at det er størst økning i antall studenter i de gruppene som tradisjonelt skårer under middels.

Tabell 8. Gjennomsnitt for alle studieretninger på forkunnskapstesten 2017.

	N	Subset for alpha = 0.05				
		1	2	3	4	5
Scheffe <sup>a,b</sup> Økonom	1494	14,1526				
Lærer 1 - 7	347	14,1643				
Lærer 5 - 10	410		18,1000			
Brukerkurs	170			20,4176		
Ingeniør	1522			20,7812		
Siviløkonom	528				23,4773	
Kalkuluskurs	677					28,3412
Sivilingeniør	1296					30,0849
Sig.		1,000	1,000	0,999	1,000	0,112

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 479,839.

b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not guaranteed.

Tabell 8 viser resultatene til alle gruppene ved den siste gjennomføringen, den viser også forskjeller mellom gruppene. Som det fremgår av tabellen, er det signifikante forskjeller mellom gruppene. Studentene på de matematikktinge retningene skårer signifikant bedre enn studentene som begynner på økonom- og lærerstudier. Mønstrene i disse forskjellene ligner mønstrene som vi har sett ved tidligere gjennomføringer. Tabell 8 viser også at det er signifikante forskjeller mellom flere av gruppene [ $F(7, 6436) = 535,544; p < .001$ ].

Sammenlignet med tidligere gjennomføringer har de studentene som hører til gruppen Lærer 1 – 7 bedre resultater i 2017. Det er imidlertid få studenter som har deltatt på testen sammenlignet med antall studenter som er tatt opp til studiet. Resultatene kan best tolkes som at studentene som deltok i 2017 har bedre forkunnskaper enn de lærere 1 – 7 studentene som har deltatt på forkunnskapstesten ved tidligere gjennomføringer.

### Dahl skole

Opgaven Dahl skole har vært brukt som eksempel i rapportene fra de siste gjennomføringene av forkunnskapstesten. Oppgaven, en prosentoppgave, ber studentene regne ut hvor stor andel (%) jenter det er på Dahl skolen etter at de har fått oppgitt antall gutter og antall jenter på skolen. Studentene har ikke tilgang til kalkulator og må regne for hånd. Tradisjonelt har studentene strevet med denne oppgaven. Det gjorde de også i 2017. Tabell 9 viser hvor stor andel av studentene som lyktes med oppgaven.

Tabell 9. Andel begynnerstudenter som har løst oppgaven Dahl skole korrekt.

Gruppe	% korrekt
Kvinner	39,9
Menn	47
Alder 17 - 20	51,9
Alder 21 - 25	36,8
Brukerkurs	39,4
Kalkulus	59,5
Ingeniør	36,7
Sivilingeniør	68,3
Lærer 1 - 7	24,5
Lærer 5 - 10	38,8
Økonom	34,1
Siviløkonom	51,5
R2	61,7
2P	29,7
Totalt	44,5

Mindre enn halvparten av studentene klarte å løse oppgaven korrekt. Det hjelper nok om det er kort tid siden man gikk på videregående skole, fordi yngre studenter lykkes i større grad enn eldre. Det er også slik at jo mer matematikk studentene har fra videregående skole, jo mer sannsynlig er det at de

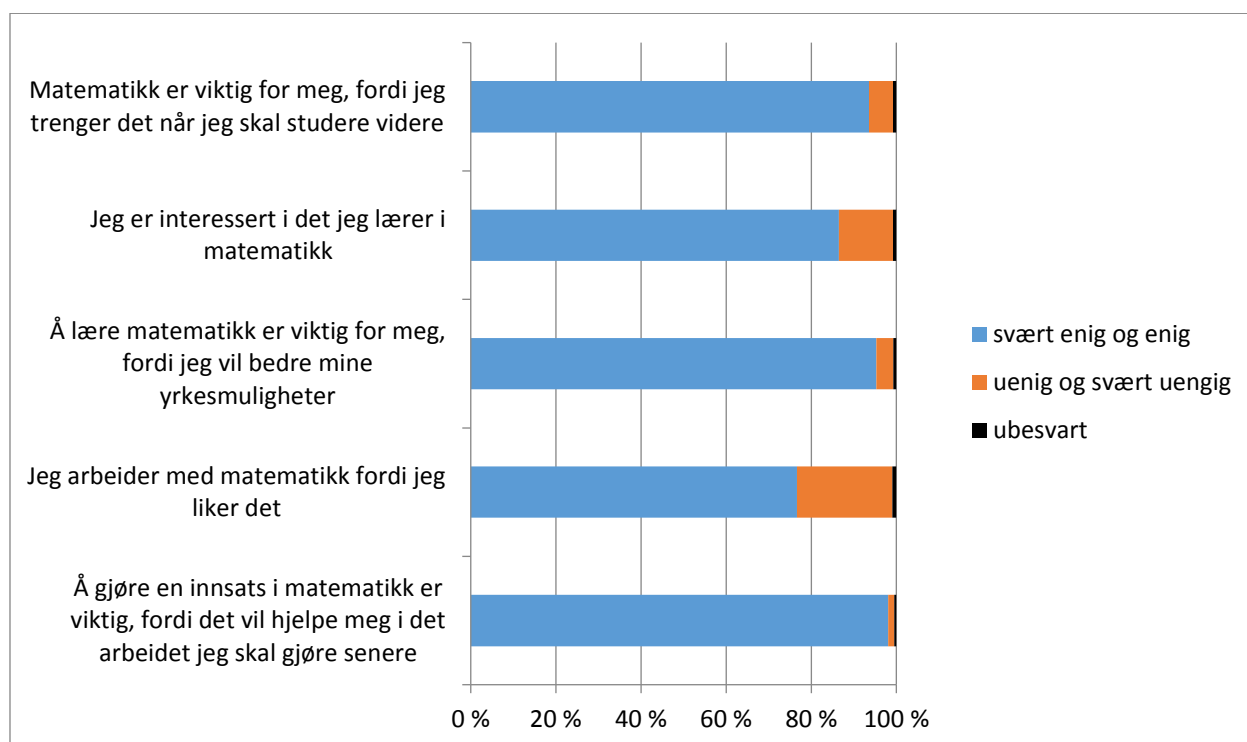
får til oppgaven. Allikevel er det ikke mer enn snaut to av tre studenter som har full fordypning av realfagsmatematikk som har klart å regne ut hvor stor andel av elevene på Dahl skole som er jenter.

## Holdninger

Studentene som deltar på forkunnskapstesten svarer også på fem holdningsspørsmål som tidligere er brukt i PISA-undersøkelsen<sup>2</sup>. Begynnerstudentene svarer positivt på de fleste påstandene, figur 2 nedenfor viser hvor stor andel av studentene som er enige, uenige eller ikke har svart på hver av de fem påstandene.

To av påstandene handler om å like og være interessert i matematikken de lærer. Disse påstandene er utviklet for å måle indre motivasjon: at man er motivert av og liker selve matematikkfaget. Tidligere forskning har vist at det er sterkere relasjon mellom indre motivasjon og læring enn mellom ytre motivasjon og læring (Ma & Kishor, 1997). Ytre motivasjon knytter seg i større grad til nytteaspekter av motivasjon, at noe vil gi en fordel senere, arbeidsmuligheter eller tilsvarende. Noen forskere bruker også termen relevans (se for eksempel Høgheim & Reber, 2015) eller fornuftsgrunnlag (Mellin-Olsen, 1984).

Figur 2. Svarfordeling på holdningsspørsmålene for alle studentene.



En liten andel av studentene har ikke svart på holdningsspørsmålene. Denne andelen er så liten at den ikke påvirker resultatene nevneverdig. I hovedsak uttrykker studentene positive holdninger. De aller fleste er enige eller svært enige i de tre påstandene som kan sies å måle ytre motivasjon eller relevans. Her svarer mellom 93,6 og 98,2 prosent av studentene at enige eller svært enige i at å arbeide med matematikk vil hjelpe dem senere, enten i videre studier eller i yrkeslivet. Det er lite forskjell mellom

<sup>2</sup> Programme for International Student Assessment (PISA) er en internasjonal OECD undersøkelse av 15-åringers ferdigheter i lesing, naturfag og matematikk. I 2012 var hovedfokus i undersøkelsen matematisk kompetanse og elevene som tok testen svarte også på et spørreskjema om holdninger til matematikk og erfaringer fra matematikkundervisning. Resultatene til de norske elevene er rapportert i Jensen og Nortvedt (2013). Internasjonale resultater finnes i OECD (2013).



svarene til kvinnelige og mannlige studenter på disse tre påstandene, men det er en tendens til at eldre studenter er mindre enige enn yngre. Disse forskjellene er imidlertid små.

Ikke alle begynnerstudentene svarer at de liker eller er interessert i matematikk, studentene gir i noe mindre grad uttrykk for indre motivasjon. Samtidig må det sies at når henholdsvis 76,7 og 86,5 prosent er enige eller svært enige i påstandene, viser dette at studentene i hovedsak er positivt innstilt til matematikkfaget.

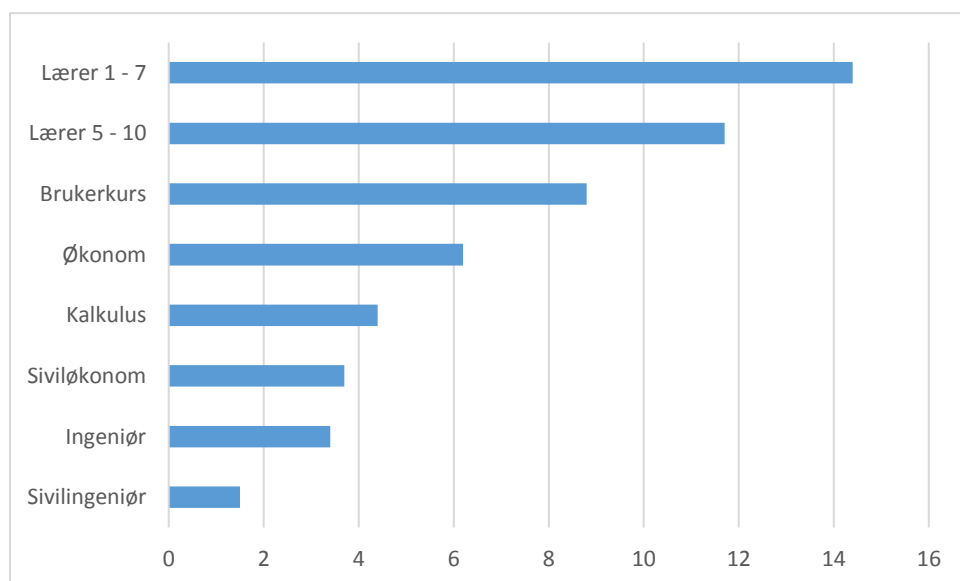
Forskjellene mellom studentgruppene som begynner på de ulike studieveiene kommer til syne dersom man ser på hvem det er som svarer at de er uenige eller svært uenige i de ulike påstandene. For de fire første påstandene svarer fire grupper at de er mer uenige – både for påstander om indre og ytre motivasjon: Brukerkurs, Lærer 1 – 7, Økonom og siviløkonom. Ingeniørstudentene svarer omtrent som gjennomsnittet.

Tre grupper er i liten grad uenige: Lærer 5 – 10, sivilingeniør og kalkulus. Dette er neppe overraskende. Studentene i disse tre gruppene har valgt utdanninger der matematikk enten er hovedfokus eller et svært viktig verktøyfag. Lærer 5 – 10 studentene skal for eksempel bli matematikklærere.

Samtidig er det neppe heldig for videre læring at mange studenter som skal bli lærere i barneskolen, økonomer og siviløkonomer ikke er interessert i matematikk eller er uenige i at matematikk vil hjelpe dem senere. Disse studentene skal alle ut i yrker der matematikk er noe de vil måtte bruke eller forholde seg til så godt som hver arbeidsdag.

På den siste påstanden er svarmønsteret noe annerledes enn på de fire andre påstandene. Figur 3 viser hvor stor andel av studentene på de ulike studieveiene som er uenige eller svært uenige i påstanden om at matematisk kompetanse vil være nødvendig i videre studier. Det er for eksempel mange studenter på Lærer 5 – 10 som er uenige i påstanden, noe som kanskje er overraskende. Samtidig kan svarmønstre handle om at matematikkundervisning er konsentrert i en del av utdanningsløpet og at studentene har utfordringer knyttet til å se relevans av og sammenheng mellom ulike studiefag. Her kan kanskje institusjonene arbeide mer for å gjøre slike sammenhenger mer tydelige for kandidatene.

*Figur 3. Andel studenter som er uenige eller svært uenige i påstanden «Matematikk er viktig for meg, fordi jeg trenger det når jeg skal studere videre» fordelt på studieveier.*



## Lærerutdanning i endring

Grunnskolelærerutdanningen har endret seg de siste 8 årene og i denne delen vil vi se litt på bakgrunnen til studentene som deltok i årets test. Fremstillingen i dette delkapitlet dreier seg kun om grunnskolelærerutdanningene 1-7 og 5-10. Studenter på lektorprogrammene tar vanligvis kalkulus- eller brukerkurs og kan derfor ikke identifiseres i datamaterialet. Studenter kan også bli lærere ved å ta PPU etter endt mastergrad, men heller ikke disse studentene er inkludert i denne diskusjonen fordi matematikkraadstesten gjennomføres ved oppstart av høyere utdanning.

Det er også tatt i betraktning at totalt sett har begynnerstudentene på lærerutdanningene høyere gjennomsnittsalder enn studentene på de andre kursene, selv om andelen av studenter i den yngste gruppen relativt stor.

Lærerutdanningen har vært i endring i de de siste tiårene. At man på begynnelsen av 1990-tallet fikk matematikk som obligatorisk fag i allmennlærerutdanningen, har kvalifisert utdanningen som deltaker i testen. Siden det i 2010 ble delt lærerutdanning i grunnskolelærer 1-7 og 5-10 og krav om karakteren 3 eller bedre i matematikk, er det ikke mulig å sammenlikne tall lenger tilbake enn for testen 2011. Det er rimelig å anta at det kan ha vært en endring i søkergruppen både i 2010 og i 2017 da lærerutdanningsprogrammene ble endret til masterprogram og krav til karakter ble hevet til 4 (for studenter med 1P + 2P). Figur 4 under viser en tidslinje der lærerutdanningens endringer fremstilles i øvre rad, grunnskolen endring i nedre rad og antatt tidsramme for studentenes gjennomføring av grunnskole og videregående skole i de hvite feltene i radene på midten.

Stortingsmelding 30 (2003-2004)<sup>3</sup> fikk tittelen Kultur for læring og gir bakteppet for endringer i grunnskolen og videregående skole. Læreplan for kunnskapsløftet, LK06, ble innført i 2006 og erstattet to tidligere planer, nemlig Reform 94, R94, som ga alle ungdommer rett til videregående opplæring og Læreplanen 97, L97. LK06 er spesiell fordi den omhandler det 13-årig utdanningsløpet for alle ungdommer som en helhet<sup>4</sup>. I utforming er LK06 annerledes enn L97 da det ble utarbeidet kompetansemål og grunnleggende ferdigheter for ulike perioder av utdanningsløpet i stedet for detaljerte mål og beskrivelser av undervisningsformer for hvert år som i L97. Kunnskapsløftet beholdt den generelle delen av L97.

Figur 4 viser at nesten halvparten av lærerstudentene som deltok i testen i 2017 har gjennomført det meste av sin skolegang etter LK06 og ytterligere 1/3 har gått minst ungdomsskole og videregående skole etter LK06. Endringen fra L97 til LK06 har vært diskutert i mange omganger fordi man endret læreplanen fra å være en forholdsvis styrende plan der kunnskapsmål og veiledende undervisningsråd ble gitt for hvert skoleår til en læreplan med kompetansemål fordelt over flere år av gangen. Ordlyden i læreplanene gikk fra at elevene skulle *bli kjent med og ha erfaring med* til at elevene skulle kunne *beskrive, tolke og presentere* faglig kunnskap. Andreassen (2016)<sup>5</sup> har i sin avhandling tatt for seg implementeringen av LK06 i lokale planer, hvilket vi ikke skal gå inn på her, men mer generelt skriver han om endringen i læreplanene slik: *Den åpenbare forskjellen er at "skal" i Læreplan for R94 og L97 er erstattet av "skal kunne" i LK06, hvilket kan indikere et sterkere krav til oppnådd kunnskap (ibid, s.217).*

<sup>3</sup> Forskningsdepartementet, U. O. (2004). St. meld. nr. 30 (2003-2004)–Kultur for læring.

<sup>4</sup> <http://www.kildenett.no/portal/artikler/2007/1185371254.28>

<sup>5</sup> Andreassen, S.-E. (2016) *Forstår vi læreplanen?* Institutt for lærerutdanning og pedagogikk, UiT, Norges arktiske universitet. Avhandling levert for graden Philosophiae Doctor

Sitatene nedenfor illustrerer forskjellene i de to læreplanene i matematikk. Tilsvarende forskjeller mellom L97 og LK06 kan en finne de fleste fag.

Eksempel 1, matematikk, L97, 9. trinn: - arbeide med figurer i plan og rom. Få trening i å se og oppfatte kjennetegn og egenskaper ved former, mønstre og figurer, også romfigurer som prismer, pyramider, sylindere, kjegler og kuler

Tilsvarende fagtema i kompetansemål fra LK06 etter 10. trinn: - undersøke og beskrive egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og bruke egenskapene i samband med konstruksjoner og beregninger (Andreassen, 2016, s. 222).

Figur 4. Oversikt over utviklingen i matematikkurs i grunnskolen og lærerutdanningene.

Obligatoriske matematikkurs i allmennlærerutdanningen (15 stp)		Obligatoriske matematikkurs i allmennlærerutdanningen (30 stp)		Ny lærerutdanning, grunnskolelærer 1-7 og grunnskolelærer 5-10	Grunnskolelærer-utdanningene utvides fra 4-årig utdanning til 5-årig masterprogram
1990/92	1997	1998	2006	2010	2017
			Alder 17-20 år; ca. 48 % av lærerstudentene		
		Alder 21-25 år (avslutter vgs før 2016); ca. 33%			
Alder >26 år (avslutter vgs før 2010); ca. 18%					
Reform 94 som gir all ungdom rett til videregående opplæring	Ny læreplan for den 10-årige grunnskolen, L97		Kunnskapsløftet, ny læreplan for 13 års utdanningsløp for all ungdom, LK06		

Øvre rad viser utviklingen i allmennlærer- og grunnskolelærer-utdanning fra det ble innført obligatorisk matematikkurs. Nederste rad viser grunnskole- og videregående skoles læreplaner. De hvite feltene med alder viser sann omtrent når studentene i gitt aldersgruppe gjennomførte sin grunnutdanning (10-årig og vgs).

I 2017 var det 757 lærerstudenter som gjennomførte matematikkraadstesten, 347 fra lærer 1-7 og 410 fra lærer 5-10. Disse tallene tilsvarer ca 25% av lærerstudentene som startet på studiet dette året<sup>6</sup>. Lærerstudentene som deltok på forkunnskapstesten i 2017 er første kull som ble tatt opp på det nye masterprogrammet for grunnskolelærere. For studenter som har tatt 1P og 2P i videregående opplæring var karakterkravet skjerpet til 4 i snitt, både 1-7 og 5-10. For studenter som tok

<sup>6</sup> <https://www.utdanningsforbundet.no/var-politikk/kunnskapsgrunnlag/publikasjoner/2016/larerutdanningene---sokere-og-uteksaminerte-kandidater/>

fordypningskurs i matematikk var det ikke karakterkrav. Det er også flere av lærerstudentene som har fordypning i matematikk fra videregående skole, både på 1-7 og 5-10 kursene (tabell 5).

Ved flere lærersteder enn vanlig var det høsten 2017 ventelister ved opptak og totalt sett var det en økning fra 2016 ved hovedopptak på 1,02 % for lærer 1-7 og på 2,14% for lærer 5-10<sup>7</sup>. Begynnerstudentene på lærer 1 – 7 fikk i gjennomsnitt 14,2 poeng på forkunnskapstesten. Dette er signifikant høyere enn ved forrige gjennomføring. Selv om begynnerstudentene fortsatt strever med mye av innholdet på forkunnskapstesten er det grunn til å tro at de som deltok i 2017 hadde bedre forkunnskaper enn de lærer 1 – 7 studentene som deltok i 2015.

---

<sup>7</sup> <https://www2.samordnaopptak.no/tall/2017/hoved/utdanningstyper>

## Avsluttende kommentarer

Som vi har skrevet flere steder i denne rapporten, er det ikke store endringer i resultatene til begynnerstudentene. Hva betyr dette? Det betyr blant annet at den nedgangen vi så i de første gjennomføringene har snudd. Etter et relativt stabilt nivå på første del av 2000-tallet var det en svak fremgang i 2013 – 2015. Resultatene i år tilsvarer resultatene for disse to årene når vi ser på de ulike studieveiene, men fordi det er store endringer i sammensetningen av utvalget er totalgjennomsnittet noe lavere enn i 2015. Men det betyr altså ikke at begynnerstudentene har svakere forkunnskaper enn tidligere.

Resultatene viser at mange av begynnerstudentene strever med enkelte grunnleggende kunnskaper og ferdigheter knyttet til enkel aritmetikk, algebra og problemløsning. Dette kan føre til at de opplever noen utfordringer også i begynnerkursene i høyere utdanning. Innsikt om dette kan hjelpe de som underviser matematikk i høyere undervisning til å være bevisste på sammenhenger mellom grunnleggende ferdigheter og det å kunne arbeide med høyere matematikk. En slik bevissthet kan også hjelpe studentene til å gripe tak i egne grunnleggende ferdigheter.

Begynnerstudentene som deltok på forkunnskapstesten rapporterte å være høyt motivert for matematikkundervisning. Dette er viktig informasjon for dem som er beslutningstakere og dem som arbeider i høyere utdanning. Studentene oppgir at de ser matematikk som et relevant fag for videre utdanning og fremtidig arbeidsliv. Noen viser høyere indre motivasjon enn andre, men i alle studentgruppene er det en stor overvekt av studenter som er enige i at de arbeider med matematikk fordi det er interessant.

Nå står vi foran en ny stor reform av matematikkfaget i grunnskole og videregående skole, og det blir spennende å se hvilke utslag dette vil gi for resultatene på forkunnskapstesten. Selv om de neste gjennomgangene i større grad vil reflektere utfallet av Kunnskapsløftet LK06 ikke den kommende læreplanen.

## Referanser

- Clark, M., & Lovric, M. (2009). Understanding secondary-tertiary transition in mathematics. *International Journal of Mathematics Education and Science and Technology*, 40(6), 755-776.
- Gueudet, G., Bosch, M., DiSessa, A. A., Kwon, O. N., & Verschaffel, L. (2016). *Transitions in mathematics education*. Dordrecht: SpringerOpen.
- Høgheim, Sigve & Reber, Rolf (2015). Supporting interest of middle school students in mathematics through context personalization and example choice. *Contemporary Educational Psychology*, 42, 17-25.
- Kaiser, G., & Buchholtz, N. (2014). Overcoming the gap between university and school mathematics. The impact of an innovative program in mathematics teacher education at the Justus-Liebig-University of Giessen. I S. Rezat, M. Hattermann, & A. Peter-Koop (red.), *Transformation - A Fundamental Idea of Mathematics Education* (s. 85-150): Springer.
- Ma, X. og Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude towards mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26-47.
- Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: en undervisningslære*. NKI-forlaget
- National Center on Education and the Economy. (2013). *What Does It Really Mean to Be College and Work Ready? The Mathematics Required of First Year Community College Students*.
- Orpwood, G., Schollen, L., Leek, G., Marinelli-Henriques, P., & Assir, P. (2012). *College mathematics project 2011. Final report*.
- Rasch-Halvorsen, A., & Johnsbråten, H. (2002). *Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2001*. Norsk matematikkråd
- Thomas, M. O. J., de Freitas Druck, I., Huillet, D., Ju, M.-K., Nardi, E., Rasmussen, C., & Xie, J. (2015). Key mathematical concepts in the transition from secondary school to university. I S. J. Cho (red.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematics Education. Intellectual and attitudinal challenges* (s. 265-284): Springer.
- Treacy, P., & Faulkner, F. (2015). Trends in basic mathematical competencies of beginning undergraduates in Ireland, 2003-2013. *International Journal of Mathematics Education and Science and Technology*, 46(8), 1182-1196.